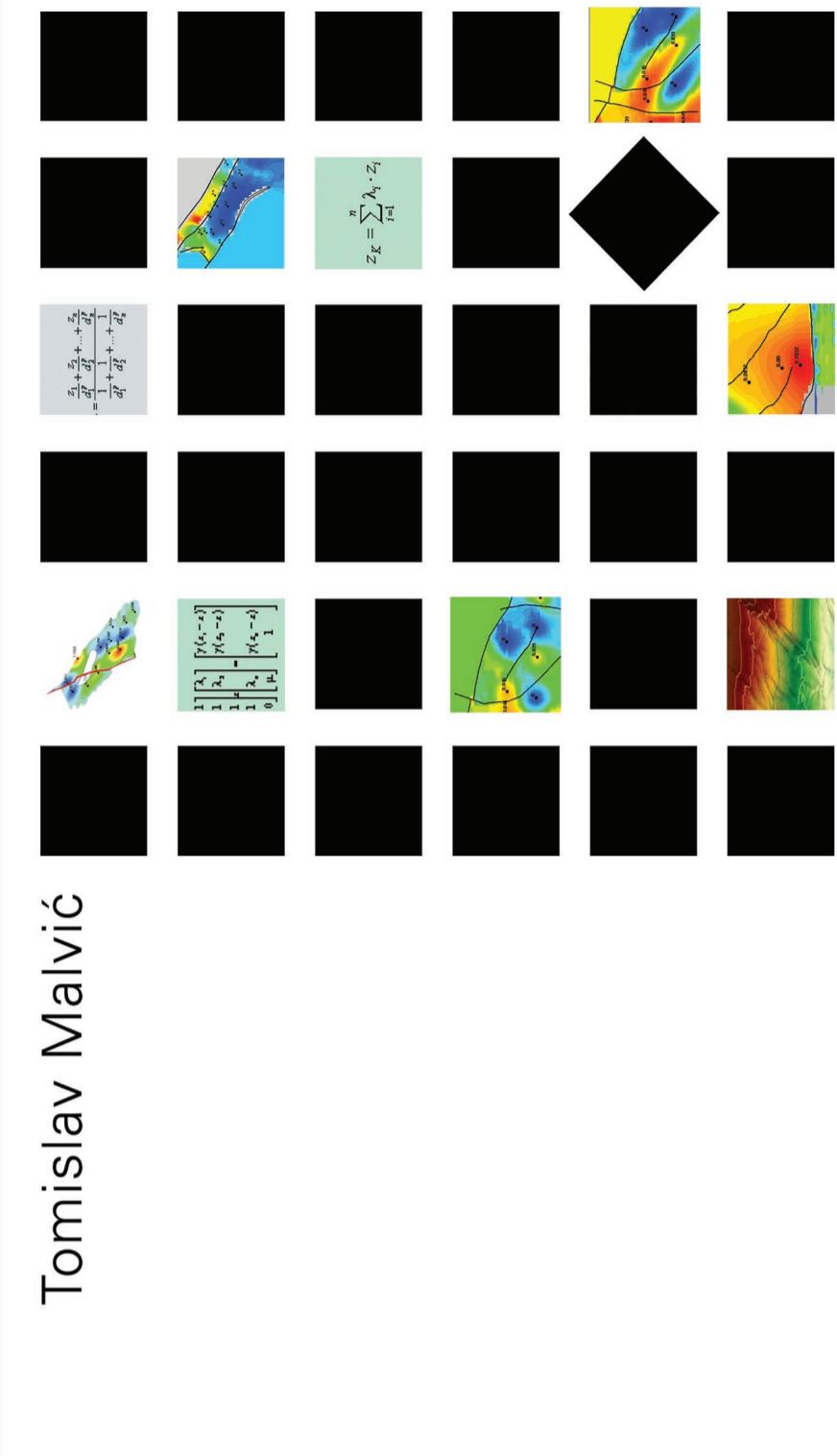


# PRIMJENA GEOSTATISTIKE U ANALIZI GEOLOŠKIH PODATAKA



Tomislav Malvić

**TOMISLAV MALVIĆ: PRIMJENA GEOSTATISTIKE U ANALIZI GEOLOŠKIH PODATAKA**

MANUALIA UNIVERSITATIS STUDIORUM ZAGRABIENSIS

UDŽBENICI SVEUČILIŠTA U ZAGREBU





Tomislav Malvić

PRIMJENA  
GEOSTATISTIKE  
U ANALIZI GEOLOŠKIH  
PODATAKA



Zagreb, 2008.

Odlukom Senata Sveučilišta u Zagrebu od 10. lipnja 2008. (dopis klasa: 032-01/08-01/34, ur. broj: 380-02/38-08-3) knjiga je odobrena kao sveučilišni priručnik (Manualia universitatis studiorum Zagabiensis).

---

Dr. sc. Tomislav Malvić, dipl. ing. geologije

## PRIMJENA GEOSTATISTIKE U ANALIZI GEOLOŠKIH PODATAKA

*Nakladnik:*

INA-Industrija nafte d.d.,

*Za nakladnika:*

Žana Goić  
akademik Mirko Zelić

*Recenzenti:*

Prof. dr. sc. Josipa Velić, redoviti profesor Rudarsko-geološko-naftnoga fakulteta  
Prof. dr. sc. Esad Prohić, redoviti profesor Prirodoslovno-matematičkoga fakulteta  
Prof. dr. sc. Kosta Urumović, redoviti profesor Rudarsko-geološko-naftnoga fakulteta  
Dr. sc. Zoran Peh, znanstveni savjetnik Hrvatskoga geološkoga instituta

*Lektorica:*

Dr. sc. Ivana Matas Ivanković

*Grafička urednica:*

Stela Blažok

*Tisk:*

INA, SD Istraživanje i proizvodnja nafte i plina, Grupa za tiskarske i grafičke poslove  
Zagreb, 2008.

*Naklada:*

600 primjeraka

CIP zapis dostupan u računalnom katalogu Nacionalne i sveučilišne knjižnice

u Zagrebu pod brojem 698631.

ISBN 978-953-7049-45-4

# SADRŽAJ

<b>PREDGOVOR</b>	<b>7</b>
<b>1. UVOD</b>	<b>9</b>
<b>2. OSNOVNE STATISTIČKE PROCEDURE</b>	<b>15</b>
2.1. Varijanca	15
2.2. Raspodjele	15
2.3. Kovarijanca i korelacija	18
<b>3. VARIOGRAM</b>	<b>21</b>
3.1. Osnovni parametri variograma	21
3.2. Variogramski modeli	22
<b>4. VARIOGRAMSKA ANALIZA PODATAKA NA KILOMETARSKIM UDALJENOSTIMA</b>	<b>25</b>
4.1. Horizontalni eksperimentalni variogrami za paleozojske metamorfite i vulkanite u dubokome dijelu Dravske depresije – litofacijes IV	26
4.2. Horizontalni eksperimentalni variogrami za mezozojske kvarcite u dubokome dijelu Dravske depresije – litofacijes III	29
4.3. Horizontalni eksperimentalni variogrami za mezozojske karbonate u dubokome dijelu Dravske depresije – litofacijes II	30
4.4. Horizontalni eksperimentalni variogrami za badenske sedimente u dubokome dijelu Dravske depresije – litofacijes I	32
4.5. Pregled primjene horizontalne variogramske analize na poljima u dubokome dijelu Dravske depresije	33
4.6. O postupku krosvalidacije	34
<b>5. VARIOGRAMSKA ANALIZA NA METARSKIM I CENTIMETARSKIM UDALJENOSTIMA</b>	<b>35</b>
5.1. Vertikalni eksperimentalni variogrami za badenske sedimente stijene (član Mosti) Bjelovarske subdepresije	36
5.2. Vertikalni eksperimentalni variogrami za donjopontske sedimente (pješčenjaci Poljana i Pepelana) Bjelovarske subdepresije	40
5.2.1. <i>Vertikalni variogrami za pješčenjake Poljana</i>	41
5.2.2. <i>Vertikalni variogrami za pješčenjake Pepelana</i>	42
5.3. Pregled upotrebe vertikalne variogramske analize u potencijalnim rezervoarskim jedinicama Bjelovarske subdepresije	45
<b>6. TEORIJA GEOSTATISTIČKE PROJCJENE (KRIGING/KOKRIGING/SIMULACIJE)</b>	<b>47</b>
6.1. Glavna svojstva te matrične jednadžbe kriginga	47
6.1.1. <i>Jednostavni kriging</i>	48
6.1.2. <i>Obični kriging</i>	49

6.2. Primjeri izračuna matrica kriginga	49
6.2.1. <i>Pravilan raspored kontrolnih točaka</i>	50
6.2.2. <i>Model bez odstupanja</i>	50
6.2.3. <i>Model s odstupanjem</i>	51
6.2.4. <i>Anizotropni model</i>	52
6.2.5. <i>Nepravilan raspored kontrolnih točaka</i>	53
6.2.6. <i>Izražena anizotropija – većina točaka na preferiranom pravcu</i>	54
6.3. Kokriging	54
6.4. Stohastičke simulacije	55
6.4.1. <i>Transformacija ulaznih podataka</i>	55
6.4.2. <i>Postupci s ulaznim podatcima i dobivanje nultoga (determinističkoga) rješenja</i>	55
6.4.3. <i>Simulacija</i>	56
6.4.4. <i>Dobivanje niza realizacija</i>	56
6.4.5. <i>Prednosti i nedostatci sekvencijskih Gaussovih simulacija</i>	57
6.5. Metoda inverzne udaljenosti	57
<b>7. PRIMJERI INTERPOLACIJE I SIMULACIJE GEOSTATISTIKOM</b>	<b>59</b>
7.1. Primjer usporedbe karata dobivenih metodama inverzne udaljenosti i kriginga	60
7.2. Primjena običnoga kriginga za kartiranje poroznosti u različitim litofacijsima polja u dubokome dijelu Dravske depresije	64
<b>8. SEIZMIČKI PODATAK KAO SEKUNDARNA VARIJABLA</b>	<b>69</b>
8.1. Upotreba seizmičkoga atributa i kolociranog kokriginga za izradbu karata poroznosti	70
8.2. Konstrukcija eksperimentalnoga variograma iz sekundarne varijable	75
<b>9. PRIMJERI UPOTREBE STOHASTIČKIH SIMULACIJA</b>	<b>79</b>
9.1. Upotreba stohastičkih simulacija za točniji izračun količine nafte u ležištu	79
9.2. Upotreba stohastičkih simulacija pri izračunu efektivnoga pornoga volumena u polju Galovac-Pavljani	84
<b>10. POGOVOR</b>	<b>89</b>
<b>11. TUMAČ POJMOVA</b>	<b>91</b>
<b>12. KAZALO</b>	<b>95</b>
<b>13. LITERATURA</b>	<b>97</b>

## PREDGOVOR

Kako je nastala ova knjiga? Odgovor na to pitanje uobičajeno se očekuje od svakoga autora sličnih djela, pa makar bila i vrlo specijalističkoga usmjerenja, poput knjige koja je pred vama.

Prvi put susreo sam se s geostatistikom tragajući za nečim novim što bih mogao uključiti u izradbu disertacije. Kako je ona bila najvećim dijelom temeljena na numeričkoj i kartografskoj interpretaciji dostupnih mjerjenja, sretno sam uočio jedan jednostavan alat za matematičku analizu geoloških podataka – variogram. Učenjem osnova takve analize nastao je prvi, rudimentaran rad na temu variogramske analize koji sam s kolegama objavio na EAGE konferenciji u Amsterdamu 2001. godine. Tada sam imao priliku dobiti nekoliko komentara kako poboljšati svoj rad u prostornoj analizi od prof. dr. sc. Patricka Corbetta, poznatoga škotskoga autora nekoliko knjiga na temu primjene statistike u naftnoj geologiji i rудarstvu. Naravno, tada kao još mladi, razigrani znanstvenik nisam shvatio kvalitetu tih savjeta, ali vrijeme je pokazalo da većinu stvari ne treba učiti od početaka, već da postoji niz objavljenih primjera za geološke provincije vrlo slične našemu klastičnomu dijelu Panonskoga bazena.

Pravi susret s variogramskom analizom imao sam prilikom dovršenja doktorske disertacije, kada sam prvi put izračunao nekoliko desetaka eksperimentalnih variograma te čak isprogramirao samostalan program za njihov izračun i aproksimaciju. Tada mi je veliku pomoć pružio inozemni su-mentor dr. sc. Johannes Wendebourg koji je u to vrijeme radio u Francuskom naftnom institutu (*franc. Institut français du pétrole*). Nažalost, tada nisam znao da na internetu postoji niz besplatnih programa za takve analize, koje su takav zadatak mogle riješiti znatno brže i vizualno ljepše. No svejedno, bio mi je to lijep izlet u mogućnosti koje pruža programiranje u programu Visual Basic.

Uskoro sam dobio priliku prijeći s Rudarsko-geološkog-naftnoga fakulteta na radno mjesto u INA-Naftaplin. U toj sredini, vrlo različitoj od dotadašnje akademske zajednice u kojoj sam gradio znanstvenu karijeru, susreo sam se s puno većim brojem dostupnih podataka, ali i potrebom da teorijski rad relativno brzo pretočim u praktične rezultate na nekoliko hrvatskih polja. Naravno, iz teorijskih razmatranja „idealnih“ ulaznih skupova mjerjenih vrijednosti našao sam se u situaciji da variogramske analize i geostatističko kartiranje primjenjujem na relativno oskudnim mjerenim skupovima. Bilo je to pomalo neočekivano iskustvo koje me „natjeralo“ geostatističke rezultate povezivati i interpretirati u okvirima drugih geoloških spoznaja (tektonskih, stratigrafskih, taložnih, pa i paleontoloških). Ipak, rezultat nije izostao i uskoro sam objavio nekoliko pionirskih radova u hrvatskoj geologiji iz područja geostatistike. Naravno, taj uspjeh bio je rezultat velike i iskrene potpore koju sam dobio kako od direktora Sektora za razradu INA-Naftaplina (mr. sc. Marija Weissera) te Službe za geološku razradu pri tomu sektoru (mr. sc. Mire Đurekovića) tako i od svoje mentorice još od studentskih dana profesorice na RGN fakultetu – prof. dr. Josipe Velić. Njezin entuzijazam i kolegijalnost bili su iznimni, te je u naslove znanstvenih projekata koje je vodila i vodi i na kojima surađujemo ubrzo uključila i pojma geomatematika.

Naravno, logičnim slijedom, tijekom upotrebe geostatistike u INA-Naftaplinu i na projektima na RGN fakultetu uvidio sam da postoji velika razlika u broju stručnih publikacija koje se bave tim područjem u svijetu i u Hrvatskoj.

U svjetskim naftnim kompanijama i većini uglednih sveučilišta koja imaju katedre za naftu i plin geostatistika je standardni alat upotrebljavan za karakterizaciju ležišta ugljikovodika odnosno za procjenu i prostorni prikaz različitih geoloških varijabli u podzemlju.

Takve okolnosti naglasile su potrebu za priručnikom iz područja geostatistike te sam duboko uvjeren kako postoji stručni interes i praktična potreba za djelom koje će našim inženjerima geologije približiti osnovne geostatističke metode. Pri pisanju sam se držao temeljne podjele geostatističkih metoda u tri skupine: metode za prostornu analizu (ovdje je opisan variogram, kao najčešća takva metoda), interpolacijske metode (kriging i kokriging) te stohastičke simulacije (u knjizi su opisane uvjetne Gaussove sekvencijske simulacije). Pod pojmom tehnika podrazumijevane su različite posebne izvedbe pojedinačne metode. Na primjer kriging je metoda, a jednostavni kriging, obični kriging, kriging s vanjskim driftom različite su tehnike te metode. Čitatelj će u priručniku često pronaći i izraz alat, koji je upotrebljavan kao sinonim za riječ „metoda“ kako bi se izbjegla suhoparnost i ponavljanje, a ujedno se naglasilo da je svaka interpolacijska metoda i inženjerski alat za izradbu karte. Tako kriging može biti opisan kao metoda i alat za kartiranje.

Pri tomu mi je glavna želja, za koju vjerujem da je ispunjena, bila na jednostavan, razumljiv i primjenjiv način čitatelja uputiti u namjenu opisanih metoda te osposobiti ga za njihovu primjenu u svakodnevnoj praksi. Naravno, teorijsko znanje i dani primjeri ne mogu zamijeniti ustrajnu praksu kojom se doseže status iskusnoga interpretatora. Za svladavanje daljnjih stuba u tome smjeru treba usvojiti znatno veće teorijsko znanje iz područja geostatistike, što svatko zainteresiran i strukovno obrazovan može usvojiti čitajući djela nekih od svjetski priznatih autoriteta o toj temi. Neki od relevantnih naslova mogu se pronaći u priloženom popisu literature.

## 1. UVOD

Razvoj geostatistike kroz povijest vrlo je zanimljiv proces, naravno ponekad i mukotrpan. Izvorno, izraz geostatistika potječe od prof. Georges-a Mathérona i njegovih kolega sa škole Fontainebleau u Francuskoj. Tim pojmom opisali su metode razvijene za rješavanje problema procjene koncentracije ruda, prvo zlata, a zatim i drugih vrsta sirovina.

Geostatistička ideja razvijena je uglavnom neovisno o tada dominantnim radovima u području prostorne statistike (*engl. spatial statistics*), sa svojom izvornom terminologijom i stilom. Prve rezultate geostatističkih istraživanja Mathéron je objavio u svojoj doktorskoj disertaciji te u nekoliko radova nastalih 60-ih godina prošloga stoljeća (MATHÉRON, 1962, 1963, 1965). Ta djela još se i danas smatraju kapitalnim geostatističkim radovima i nerijetko se citiraju. Tada je prvi put matematički opisana metoda kriginga, danas još uvijek najbolji alat za determinističku procjenu vrijednosti varijable u prostoru.

Kriging je prvi put upotrijebljen za procjenu koncentracije zlata u rudnicima Južne Afrike. To je napravio KRIGE (1951), komu je u čast metoda nazvana krigingom. Mathéron je prvi teoriju kriginga izrazio kao ekvivalent metodi najmanjih srednjih kvadrata primijenjenoj na linearnome Gaussovu modelu. Iz brojnih radova i knjiga napisanih do danas ovdje izdvajam knjigu autora JOURNELA & HUIJBREGTSA (1978), uz napomenu da je Andre Journel bio Mathéronov učenik, a kasnije utemeljitelj geostatistike na Sveučilištu u Stanfordu. Nešto ranije DAVIS & SAMPSON (1973) objavili su jedno od najpoznatijih djela o primjeni statistike i analize podataka u geologiji. Autori su prikazali većinu statističkih alata koje geolozi općenito upotrebljavaju, opisujući i naprednije analitičke metode kao što su multivarijatna analiza ili analiza vremenskih serija, ali i geostatističke alate poput kriginga. Nadalje, Brian Ripley je u svojoj je prvoj knjizi o geostatistici (RIPLEY, 1981) eksplicitno prikazao spomenuto vezu metode srednjih kvadrata i linearoga Gaussova modela. Deset godina kasnije Noël Cressie (CRESSIE, 1991) opisao je geostatistiku kao jednu od tri glavne grane prostorne statistike. U preostale dvije svrstao je diskretnu prostornu varijaciju i prostorne točkaste procese. Svakako treba spomenuti i prvu knjigu u cijelosti napisanu o geostatistici kod nas. ANDRIČEVIĆ et al. (2007) objavili su na Građevinsko-arkitektonskom fakultetu Sveučilišta u Splitu knjigu naslovljenu „Geostatistika: umijeće prostorne analize“ u kojoj su opisani povijest razvoja geostatistike te determinističke i stohastičke metode modeliranja. Knjiga sadrži veliki broj vrlo lijepih primjera, najvećim dijelom izračunatih i interpoliranih na različitim podatcima mjerjenja parametara podzemnih voda.

Upotreba geostatistike i statistike u istraživanju i razradbi ležišta ugljikovodika usko su povezane, često isprepletene, što je i normalno jer se geostatistika temelji na nekim osnovnim statističkim vrijednostima i postupcima analize. U daljnjem tekstu, nakon dva uvodna poglavlja, pridjev ‘statistički’ uglavnom će biti izostavljen jer se podrazumijeva da je u osnovi geostatističkih metoda, a iscrpan prikaz upotrebe statistike u karakterizaciji podataka u istraživanju i proizvodnji ugljikovodika tema je nekoliko svjetski poznatih knjiga (npr. JENSEN et al., 2000).

Početak upotrebe (geo)statistike vezan je uz razdoblje „suvremene karakterizacije ležišta“ koje je započelo otprilike u ranim 80-im godinama prošloga stoljeća. Potreba za novim i poboljšanim metodama karakterizacije pojavila se kao rezultat prilično pojednostavljenih slika podzemlja koje su se upotrebljavale u naftnoj industriji, što je dobrim dijelom neobično jer je područje istraživanja i proizvodnje ugljikovodika desetljećima okupljalo vrhunske stručnjake i prilično velika financijska sredstva.

Nedostatci su posebno bili izraženi u opisivanju karakteristika ležišta u međubušotinskom prostoru. U tome dijelu interpolirane vrijednosti često nisu bile potvrđene (u razumljivim granicama) novim buštinama, utiskivane kemijske smjese ili voda pojavljivale su se na nepredviđenim mjestima ili prerano, a iscrpk ležišta često je bio manji od predviđenog.

Zbog toga su se inženjeri geologije i naftnoga rudarstva okrenuli nekim drugim, pomoćnim disciplinama, u prvoj redu statistici i geostatistici, kao alatima kojima su željeli (i uspjeli) unaprijediti svoje modele.

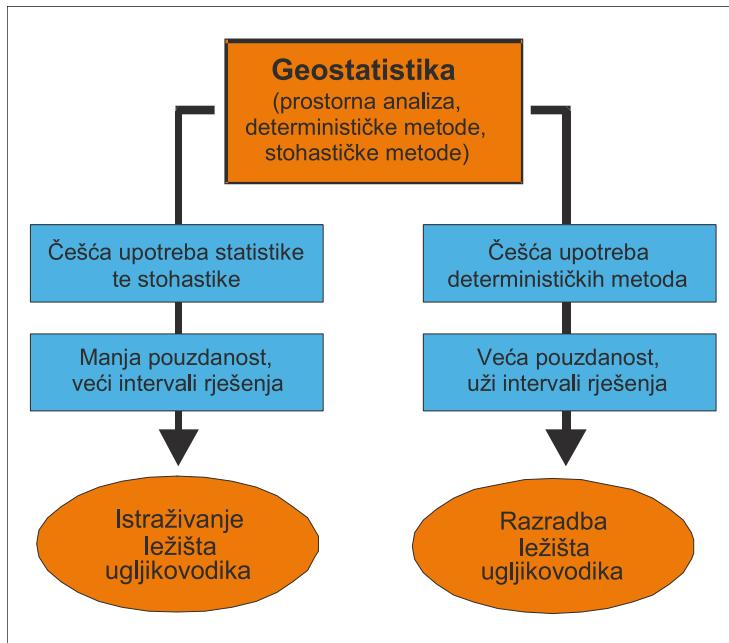
Iako se prirodni zakoni najčešće predočavaju na strogo deterministički način (poput zakona o očuvanju mase, energije, gibanja itd.), velika su ograničenja u njihovoj primjeni na podzemlje jer inženjersko poznavanje odnosa u dubini nije potpuno i uključuje manje ili više nepoznanica, odnosno stohastičkih svojstava. To se posebno odnosi na poznavanje klastičnih stijenskih sustava, kao medija u kojima je smješten najveći broj ležišta. Njihovo taloženje rezultat je brojnih procesa koji su trajali duže razdoblje i o kojima u konačnici ovise tekstura i struktura tih sedimenata (npr. veličina i sortiranost zrna) i njihova petrofizička svojstva. Upravo složenost prirodnih procesa i njihovih rezultata upućuje na geostatistiku i posebno statistiku kao discipline koje „uvode red“ u različita mjerena i skupove podataka, iskazujući eventualna pravila u njima veličinama poput standardne devijacije, varijance, srednje vrijednosti, variograma itd. Inženjerima geologije i naftnoga rudarstva preostaje da razumiju takve zakone te ih uklope u ležišnu studiju.

S gledišta geostatistike takav geološki model može biti unaprijeđen u detaljan objektni model (*engl. object-based model*) kojim je opisana arhitektura ležišta, odnosno taložnih tijela, i/ili u model distribucije ležišnih parametara.

Tako raznolika primjena posljedica je razvoja geostatistike u tri smjera, ovisno o školi i zemlji gdje je prakticirana. Prvi je naglašavao važnost objektnoga modeliranja za rasprostiranje ležišnih facijesa, a posebno je prakticiran u Norveškoj. Američka škola (Stanford) težište je stavila na razvoj i upotrebu različitih tehnika indikatorskih i sekvensijskih simulacija. Treća struja potekla je iz francuskoga IFP-a (*franc. Institut français du pétrole*), gdje su korištene metode temeljene na modificiranim slučajnim funkcijama (*engl. truncated random functions*). Sva tri pristupa tijekom desetljeća međusobno su se znatno približila, često predstavljajući alternativne mogućnosti za isti ulazni skup podataka (seizmička snimanja, petrofizička i karotažna mjerena, indikatorski izražene facijese itd.), sa zajedničkim ciljem izraženim generiranjem trodimenzionalnoga geološkoga modela heterogenosti u ležištu.

Istraživanje i proizvodnja nafte i plina veliko je polje djelatnosti. S obzirom na stvaranje geoloških modela također postoje dvije velike, dijelom različite, faze – istraživačka i razradbena. Obje se razlikuju po broju podataka i mjerilu modeliranja, a naravno time i po načinu upotrebe geostatističkih metoda.

**Na slici 1.1** istaknuta su dva pojma kojima se opisuje predviđanje variable u ležištu. To su determinizam i stohastika. Sustav je deterministički ako za jednaki ulaz daje uvijek isti izlaz. Npr. karta raspodjele načinjena za isti skup vrijednosti poroznosti, uz jednaku metodu, uvijek će imati isti izlazni oblik. Nadalje, sustav može biti opisan kao potpuno slučajan ako za isti skup ulaznih vrijednosti uvijek daje drugačiji izlaz, no stvaranje takva geološkoga modela ujedno bi bilo i besmisleno jer metoda koja



**Slika 1.1:** Učestalost upotrebe temeljnih geostatističkih kategorija s obzirom na istraživačku i razradbenu fazu

nema određene pouzdane parametre procjene potpuno je beskorisna! Stohastički sustav predstavlja hibridni model smješten između determinizma i slučajnosti, jer jednim svojim dijelom sadržava nesigurnosti vezane uz karakterizaciju ležišta, no također i dovoljno podataka da se model može prikazati. Stohastički modeli vrlo su primjenjivi u karakterizaciji ležišta, jer među ostalim mogu izdvojiti područja gdje je pouzdanost predviđanja veća ili manja.

Na temelju takve klasifikacije i ležišta je moguće svrstati u tri kategorije (prema JENSEN et al., 2000) kao:

1. Potpuno deterministička ležišta u kojima je međubušotinski prostor jednoznačno određen, detaljno koreliran, uz dobro upoznati unutarnji građu i sastav. Vrlo su rijetka te ili se radi o iznimno malim lokalitetima ili o poljima u završnoj fazi proizvodnje gdje je broj bušotina toliko velik da nema potrebe izradivati nove (osim kao kontrolne), uz nekoliko sekvenčijalno načinjenih geoloških modela (od kojih se naravno primjenjuje završni i najpouzdaniji).

2. Stohastička ležišta za poznavanje kojih postoji stupanj nesigurnosti u predviđanjima pojedinih obilježja, no općenito njihova unutarnja građa i sastav dobro su upoznati i korelirani. Ipak, postoje određene nesigurnosti vezane uz znanje o vrijednostima geoloških varijabli u međubušotinskom prostoru. Takav je najveći broj ležišta i upravo se u njima geostatistika najviše primjenjuje.

3. Ležišta općenito nepredvidivih parametara u načelu su rijetka, odnosno takvima se smatraju neka potencijalna ležišta koja kasnije mogu biti potvrđena kao otkrića ležišta ugljikovodika. Za takva ležišta najčešće se izrađuje geološki model u istraživačkoj fazi, kada na takvu prostoru postoji

tek nekoliko ili nijedna bušotina. Također u tu se kategoriju svrstavaju prognozirana ležišta u regionalnim studijama čije su zalihe ugljikovodika svrstane u kategorije D<sub>1</sub> i D<sub>2</sub>. U takvim slučajevima o primjeni geostatistike, pa čak i elementarne statistike, ne može biti govora, jer je broj podataka nedovoljan za bilo kakvu analizu. Prihvatljiva metoda procjene obuhvaća analogiju.

Ključni problem svakoga geološkoga modeliranja ležišta ugljikovodika jest definiranje tipskoga rezervoara na temelju kojega se može načiniti pouzdano predviđanje proizvodnje s nekoliko proizvodnih scenarija. Naravno, što je ležište duže u proizvodnji, lakše će biti načiniti reviziju ili poboljšanja postojećega modela. U načelu, determinističke metode nadređene su stohastičkim s obzirom na pouzdanost, jer njihovo rješenje (u teoriji) ne sadržava nesigurnosti, odnosno procjena u svim dijelovima geološkoga modela jednako je pouzdana.

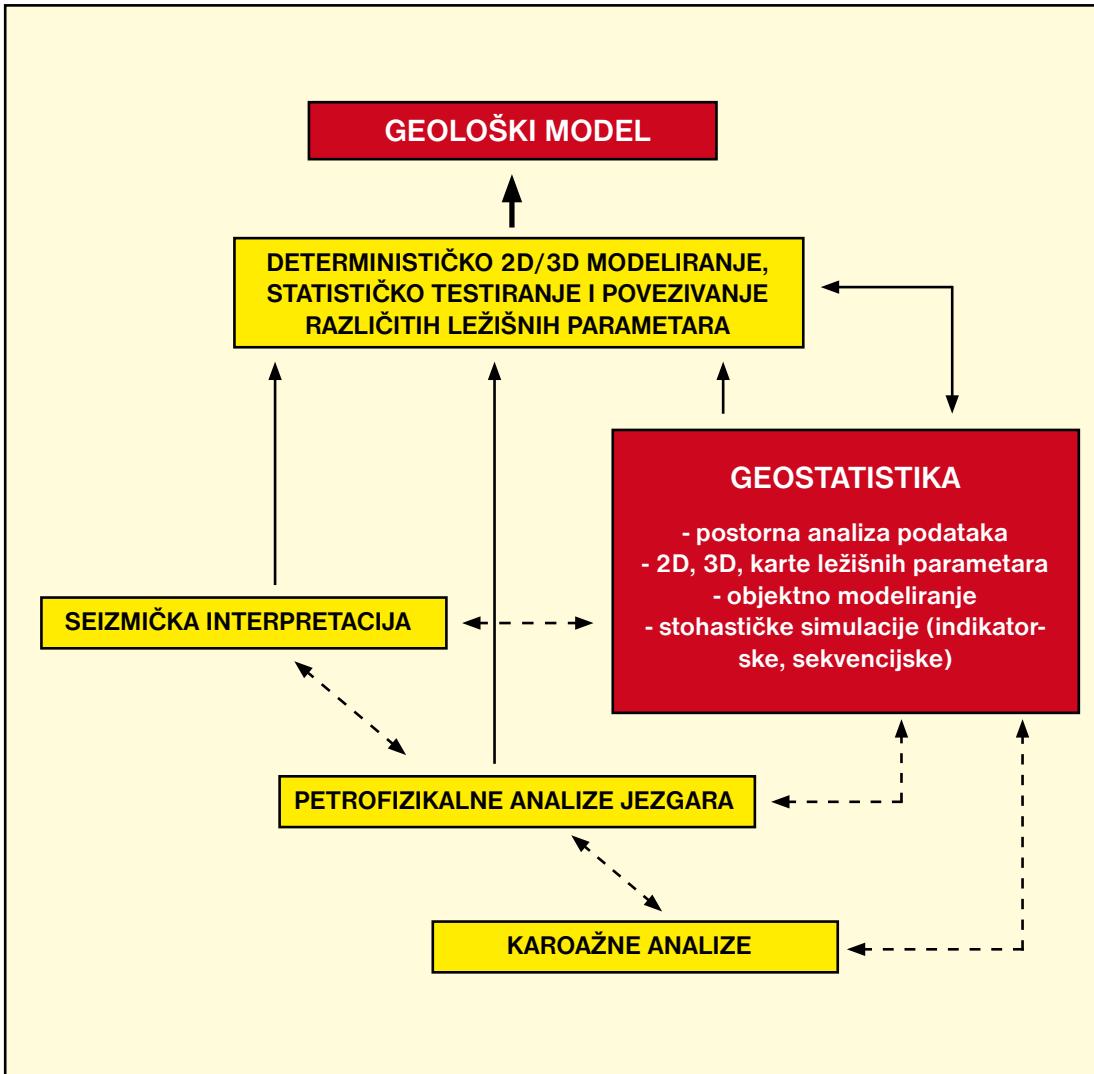
U stvarnosti mali se broj varijabli odlikuje „čistim“ determinizmom. Možda „klasične“ varijable poput poroznosti i debljine ležišta, uz velik broj ulaznih podataka (bušotina), mogu biti smatrane kao determinističke, odnosno kao varijable koje je prikladno procijeniti determinističkim metodama (poput regresije, kriginga i drugih). Postojanje sekundarne varijable poput seizmičkoga podatka također znatno olakšava upotrebu determinističkih metoda (poput tehnike kriginga s vanjskim driftom i metode kokriginga) za procjenu primarne varijable, što je posebno korisno u razradbenoj fazi kada je izraženiji zahtjev za točnošću i detaljnoscu modela.

Najčešće su broj ulaznih vrijednosti ili vrsta varijable (poput propusnosti) takvi da je njihovoj analizi prikladnije pristupiti stohastički, tj. u modelu dopustiti određeni stupanj „slobode“ u procjeni (odnosno postojanje intervala mogućih vrijednosti). Čak i mjerena znaju u sebi sadržavati detektiranu mjernu pogrešku koja navodi na upotrebu stohastike, naravno ako se takva mjerna pogreška može kvantificirati i nije besmislena.

Do ovoga trenutka primjena geostatistike unutar INA-Naftaplina uglavnom je ograničena na modeliranje petrofizikalnih veličina te rjeđe dubina slojnih ploha u različitim vrstama ležišta. U nekoliko navrata seizmički podatak upotrijebljen je kao sekundarna varijabla, no takva primjena još nije potpuno ušla u standardnu upotrebu. Na taj način izrađeno je nekoliko isključivo geostatističkih studija ili studija u kojima je geostatistika bila jedan od alata.

Ovdje je opisano kako se geostatistika može primijeniti u svakome koraku stvaranja geološkoga modela, kao dodatni servis u poboljšavanju izlaza i rezultata svakoga od njih (**slika 1.2**). To može biti u cilju bolje obradbe seizmičkih snimanja, kvalitetnije analize karotažnih dijagrama te obradbe karata prilikom interpolacije. No, nije isključeno niti da se geostatistika upotrijebi tek na kraju niza, kao alat kojim će se izravno napraviti sinteza svih triju upotreba u završnome obliku geološkoga modela.

Poglavlja su poredana tako da čitatelja postupno uvode u teoriju, a zatim i praksi pojedinih vrsta geostatističkoga modeliranja. Tako su prvo opisane osnovne postavke i zakonitosti variogramskoga modeliranja, a zatim su na praktičnim primjerima načinjenima u različitim litologijama i za drugačiji broj podataka objašnjena pravila izračuna eksperimentalnoga variograma. Sljedeća poglavљa na isti način prikazuju primjenu geostatističkih metoda procjena (kriginga i kokriginga) te simulacija. Prikazani primjeri geološki pripadaju različitim dijelovima Dravske depresije, u kojima su ranije načinjene geostatističke analize poroznosti. To su polja u zapadnome dijelu Dravske depresije (Molve, Kalinovac, Stari Gradac), istočnome dijelu iste depresije (Beničanci) te lokacije u središnjem dijelu Bjelovarske subdepresije (Rovišće, Galovac-Pavljani, Velika Ciglena, Šandrovac).



**Slika 1.2:** Primjena geostatistike u različitim fazama stvaranja geološkoga modela

Priručnik sadržava dovoljno teorije i prakse statistike i geostatistike kako bi student ili inženjer bez ikakvih specijalističkih znanja o tome području mogao svladati opisane pojmove i prikazane metode do razine dovoljne za samostalno započinjanje njihove praktične upotrebe. Izložena materija obuhvaća primjere za geološku karakterizaciju ležišta te integraciju bušotinskih i seizmičkih podataka. Puno detaljniji i relevantni tekstovi mogu se pronaći u mnogim svjetski poznatim knjigama, od kojih su neke navedene u priloženome popisu literature.

Geostatistika ima mnoga željena i potrebna svojstva za izradbu i unaprjeđenje geološkoga modela većine ležišta. Predstavlja iznimno fleksibilan alat, prilično je jednostavna za upotrebu, a može

se primijeniti i u istraživanju i u razradbi ležišta ugljikovodika. Postojala je tendencija „izbjegavanja“ izrazito kvantificirajućih metoda u geologiji, zbog promišljanja o geologiji kao dominantno prirodnoj i „opisnoj“ znanosti. No, znanost koja se bavi taložnim procesima, petrofizičkim svojstvima i fluidima u podzemlju nikako ne može biti samo opisna, a uvođenjem geološkoga modeliranja uz pomoć računala geologija odavno to već i nije.

Stoga se nadam da će ovaj priručnik, uz svoju edukativnu ulogu, ispuniti i onu drugu – da pokojega inženjera koji ga pročita navede na detaljnije promišljanje o ulozi matematike, fizike, a poglavito statistike u geologiji nafte i plina.

## 2. OSNOVNE STATISTIČKE PROCEDURE

Geostatistika je primijenjena grana matematičke statistike te kao takva uključuje u svoju terminologiju nekoliko osnovnih statističkih pojmove – varijancu, raspodjelu (distribuciju), kovarijancu i korelaciju.

### 2.1. Varijanca

Varijanca (disperzija, moment drugoga reda) jest mjera raspršenosti podataka, odnosno ona opisuje širinu intervala u kojemu su ti podatci raspodijeljeni. Njezina objektivna procjena izražava se odnosom:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad (2.1)$$

gdje je:

$x_i$  - vrijednost podatka 'i'

$\bar{x}$  - aritmetička sredina podataka

n - broj podataka

### 2.2. Raspodjele

Uniformna raspodjela jedna je od najjednostavnijih distribucija kontinuirane slučajne varijable. Za njezino definiranje potrebno je poznavati minimalnu i maksimalnu vrijednost, a sve vrijednosti između tih granica imaju jednaku vjerojatnost dogadaja. Vjerovatnosna funkcija definirana je kao

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \quad \text{za } a \leq x \leq b \quad (2.2)$$

$$f(x) = 0 \quad \text{u svim ostalim slučajevima.} \quad (2.3)$$

Kumulativna funkcija jest

$$F(x) = \frac{x-a}{b-a} \quad \text{za } a \leq x \leq b \quad (2.4)$$

inače  $F(x) = 1$ . (2.5)

Srednja vrijednost računa se prema:

$$\bar{x} = \frac{a+b}{2} \quad (2.6)$$

a varijanca iz:

$$s^2 = \frac{(b-a)^2}{12} \quad (\text{drugi korijen varijance 's' naziva se standardna devijacija}). \quad (2.7)$$

Glavna primjena uniformne distribucije jest u stvaranju slučajnoga broja realizacija. Standardni generator stvara niz slučajnih brojeva uzorkovanih iz uniformne distribucije (obično iz intervala 0-1). Ako takav generator treba dati vrijednosti iz drugoga intervala, takav se generator može jednostavno prenamijeniti izrazom:

$$N_{izmjenjen} = a + N_{standardni}(b-a) \quad (2.8)$$

Normalna (Gaussova) raspodjela najpoznatija je, i u prirodi najčešće zastupljena, funkcija raspodjele u statistici. Zvonasta je oblika, a opisana je funkcijom

$$f(x) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{s}\right)^2\right] \quad \text{za } -\infty < x < \infty \quad (2.9)$$

Maksimum ima na  $\frac{0,4}{s}$  koji je dosegnut kada je  $x = \bar{x}$ . Ako se načini zamjena  $z = \frac{x-\bar{x}}{s}$

tada se Gaussova funkcija vjerojatnosti može kraće pisati:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \quad (2.10)$$

Za prirodne pojave koje ne slijede Gaussov zakon raspodjele možemo primijeniti centralni granični teorem (ustvari je riječ o skupini međusobno povezanih teorema), koji dokazuju da distribucija velikoga broja nezavisnih uzoraka iste veličine slijedi normalan zakon raspodjele vjerojatnosti, bez obzira na distribuciju iz koje potječu uzorci.

Gaussova funkcija simetrična je oko ordinate i stoga se često naziva i funkcijom zvonastoga oblika (*engl. bell-shaped*). Varijabla  $z$  naziva se standardiziranom normalnom varijablom.

Veliki broj drugih eksperimentalnih podataka slučajnih uzoraka pokazuje svojstva normalne distribucije (ponekad nakon odgovarajuće transformacije), no glavni razlog popularnosti upotrebe takve distribucije proizlazi iz postojanja teorema središnjega limita. Prema njemu zbroj velikoga broja nezavisnih mjerena teži biti normalno raspodijeljen. Najčešća je primjena toga teorema u definiranju pogrješke mjerena u nekome eksperimentu. Takva pogrješka rezultat je nekoliko mogućih neovisnih izvora, pa stoga ona teži tome da bude normalno raspodijeljena. Varijabla za koju se često pretpostavlja da je normalno raspodijeljen jest poroznost.

Kao posljedica središnjega graničnoga teorema često proizlazi zaključak o populacijskoj sredini aproksimiranoj sredinom vrijednosti postojećih mjerena. No, postoji i opasnost da kod malobrojnoga ulaznoga skupa zaključivanje raspodjele prema središnjemu graničnom teoremu može voditi do pogrješke, a tada su preporučene neparametarske metode.

Zaključivanje o podatcima na temelju teorije normalne distribucije (raspodjele) često je neprikladno u studijama pri kojima je jedna varijabla raspodijeljena na vremenskoj skali i podatci teže velikoj izduženosti, pa nastaje asimetričnost distribucije (*engl. skewness*). Primjena normalne raspodjele neprimjerena je i kod skupine podataka koji se mogu objasniti Poissonovom distribucijom (**izraz 2.11**), koja je obilježena poznatom srednjom vrijednošću i varijancom  $\lambda$ .

$$\Pr(x = r) = \frac{1}{r!} e^{-\lambda} \lambda^r \quad (2.11)$$

Log-normalna raspodjela vrlo je bliska normalnoj. Posjeduje ju varijabla čiji je logaritam normalno distribuiran, odnosno pozitivna slučajna varijabla  $x$  koja je transformirana izrazom  $y = \ln(x)$ . Ako  $y$  ima normalnu distribuciju (ili je njome dobro aproksimiran),  $x$  ima log-normalnu razdiobu, a njezina se funkcija izražava kao:

$$f(x) = \frac{1}{x \cdot s^2 \cdot \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \bar{x}}{s^2}\right)^2\right] \text{ za } x > 0. \quad (2.12)$$

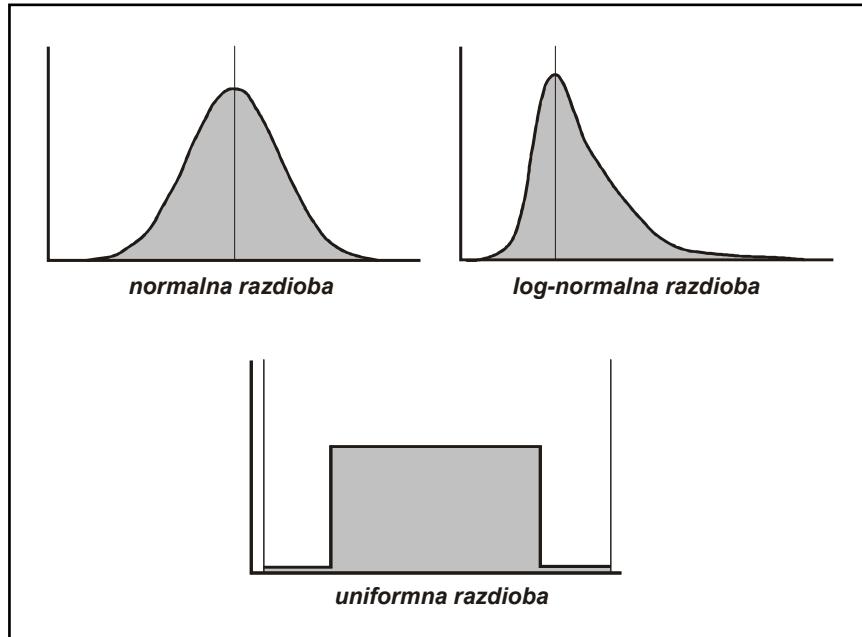
Također postoji veza između slučajne varijable  $x$  te srednje vrijednosti i varijance varijable  $y$ , koja je opisana odnosima:

$$\bar{y} = \exp\left[\bar{x} + \frac{s^2}{2}\right] \quad (2.13)$$

$$s_y^2 = \bar{y}^2 \left[ e^{s^2} - 1 \right] \quad (2.14)$$

Odabir najbolje funkcije za opis analizirane varijable važan je zbog predviđanja ponašanja te varijable. Takav zadatak često može biti opterećen relativno malim brojem podataka, odnosno poteškoćama u prepoznavanju stvarne raspodjele.

Svaka od navedenih raspodjela (**slika 2.1**) zahtijeva po dva parametra za svoje definiranje. Uniformna raspodjela određena je minimalnom i maksimalnom raspodjelom, a normalna i log-normalna srednjom vrijednošću i varijancom.



**Slika 2.1:** Shematski primjeri normalne, log-normalne i uniformne razdiobe

### 2.3. Kovarijanca i korelacija

Kada se primjenjuju tehnike kokriginga, ponašanje primarne varijable (npr. poroznosti) dodatno se opisuje i sekundarnom (najčešće seizmičkom) varijablom. Tada je potrebno odrediti vezu, odnosno linearnu povezanost, tj. korelaciju između tih dviju vrijednosti. To se izražava koreogramom, kovarijancom ili koeficijentom korelacije. Jednadžba koreograma glasi:

$$\rho(h) = \frac{\sum x \times x_h - n_h \times \bar{x} \times \bar{x}_h}{n_h \times s \times s_h} \quad (2.15)$$

gdje je:

- $x$  - vrijednost za čiju se lokaciju koreogram računa
- $x_h$  - vrijednost s kojom se uspoređuje na udaljenosti 'h'
- $n_h$  - broj parova podataka na udaljenosti 'h'
- $\bar{x}$  - srednja vrijednost na lokaciji 'z' (ako se jednim uzorkom smatra više mjerena)
- $\bar{x}_h$  - srednja vrijednost uzoraka na udaljenosti 'h'
- $s$  - standardna devijacija uzoraka na lokaciji 'z' (ako ih je više)
- $s_h$  - standardna devijacija uzoraka na udaljenosti 'h'

Ako su ulazni podatci obilježeni bilo kakvim oblikom trenda, računa se funkcija nazvana neergodičkim koreogramom (*engl. non-ergodic correlogram*). Kovarijanca se računa u jedinicama u kojima su i varijable  $x$  i  $x_h$ :

$$C(x, x_h) = \frac{\sum x \times x_h - n_h \times \bar{x} \times \bar{x}_h}{n_h} \quad (2.16)$$

Iz kovarijance se izvodi koeficijent korelacije (Pearsonov koeficijent korelacije) koji je bezdimenzionalan:

$$r(x, y) = \frac{c(x, x_h)}{s_x s_y} \quad (2.17)$$

Često se upotrebljava koeficijent determinacije, tj. kvadrat koeficijenta korelacije  $r^2(x, y)$  koji pomnožen s konstantom 100 daje postotak zajedničke varijance između dviju linearne povezanih slučajnih varijabli. No, koeficijent korelacije može se izraziti i rangovima, čime se dobiva rangirajući koreacijski koeficijent (Spearmanov koeficijent korelacije ranga), kao još jedan izraz mjerne ovisnosti između dviju varijabli:

$$r(R_x, R_y) = \frac{c(R_x, R_y)}{s_{R_x} s_{R_y}} \quad (2.18)$$

Rang koeficijenta korelacije uglavnom se primjenjuje na ljestvicama koje nemaju obilježja intervalne (ekvidistantne) ljestvice. Rangirajući koreacijski koeficijent manje je podložan ekstremnim vrijednostima unutar ulaznog skupa. Zato je on snažan alat koji može upozoriti na pogreške u mjerenu, posebno ako postoji velika razlika u vrijednostima tih dvaju koeficijenata. Visoka vrijednost  $r(R_x, R_y)$ , a niska  $r(x, y)$  pokazuje da vjerojatno postoji nekoliko nepravilnih parova podataka koji se moraju provjeriti s obzirom na moguću pogrešku mjerena. Druga mogućnost jest ta da veza između dviju varijabli nije linearna.

---

Koreogram ( $\rho$ ), kovarijanca (C) i semivariogram ( $\gamma$ ) međusobno su usporedive funkcije, čiji se odnos može prikazati kao:

$$\gamma(h) = C(0) - C(z, z_h) \text{ odnosno } \rho(h) = \frac{C(h)}{C(0)} \quad (2.19)$$

Da bi te funkcije koristile, uvjet je da su poznate srednja vrijednost i varijanca ulaznoga skupa.

### 3. VARIOGRAM

#### 3.1. Osnovni parametri variograma

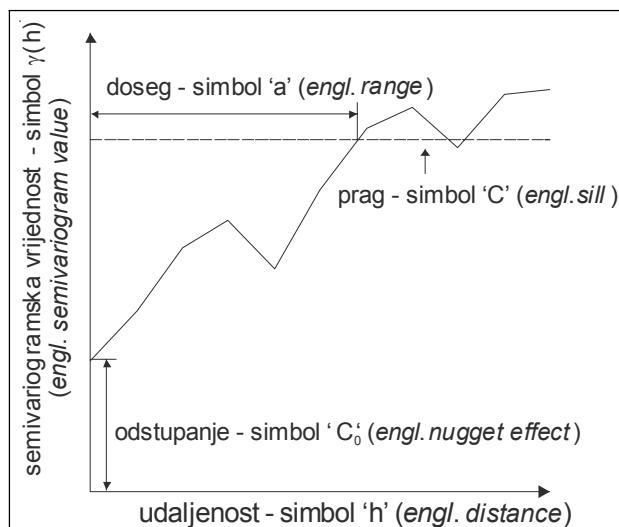
Terminološki, pojmovi variogram i semivariogram jednaki su jer je variogramsku jednadžbu moguće pojednostaviti tako da se iz nazivnika eliminira broj 2 pa se dobivena funkcija  $2\gamma$  naziva semivariogramom, koji glasi:

$$2\gamma(h) = \frac{1}{N(h)} \times \sum_{n=1}^{N(h)} [z(u_n) - z(u_n + h)]^2 \quad (3.1)$$

gdje je:

- $N(h)$  - broj parova podataka uspoređenih na udaljenosti 'h'
- $z(u_n)$  - vrijednost na lokaciji ' $u_n$ '
- $z(u_n + h)$  - vrijednost na lokaciji ' $u_n + h$ '

Eksperimentalna variogramska krivulja (oznaka  $\gamma(h)$ ) prikazana je na **slici 3.1.** Na takvoj krivulji može se očitati sljedećih pet veličina: (1) odstupanje –  $C_0$  (engl. nugget), (2) prag ili varijanca –  $C$  (engl. sill), (3) doseg –  $a$  (engl. range), (4) udaljenost ili korak –  $h$  (engl. distance) i (5) odmak (engl. lag). Odmak predstavlja veličinu koja se slobodno određuje, a najčešće predstavlja polovicu širine variogramskoga razreda, odnosno polovicu vrijednosti koraka. Nije prikazan na **slici 3.1** jer ovisi o konkretnim računskim parametrima.



**Slika 3.1:** Parametri semivariograma

Odstupanje ( $C_0$ ) predstavlja slučajnu komponentu regionalizirane variabile, odnosno pojavu kada krivulja siječe os Y u nekoj pozitivnoj vrijednosti ( $C_0$ ). To je obilježje gotovo svih variograma, a upućuje na razliku u vrijednostima vrlo bliskih uzoraka koji se u praksi smatraju uzorcima s jedinstvene lokacije. Uklanja se smanjenjem površine ili povećanjem broja uzoraka, no u praksi se ono vrlo često ne može eliminirati.

Prag (C) je razlika pojedinačnih vrijednosti i srednje vrijednosti skupova podataka, što je ujedno definicija varijance. Nakon dosezanja praga (ako ga posjeduje) krivulja semivariograma često će prestati pravilno rasti te će nastaviti oscilirati oko njega.

Doseg (a) je vrijednost na kojoj semivariogram prvi put presijeca prag, a nakon toga ne postoji prostorna korelacija ili ovisnost podataka.

Udaljenost (h) je vrijednost na kojoj se međusobno uspoređuju podatci. Svaka udaljenost čini jednu klasu. Toj se vrijednosti može dodijeliti tolerancija nazvana odmak (*engl. lag*). To znači da graničama klase dodajemo vrijednost odmaka šireći tako klasu. Time se povećava broj parova i dobiva se bolji rezultat.

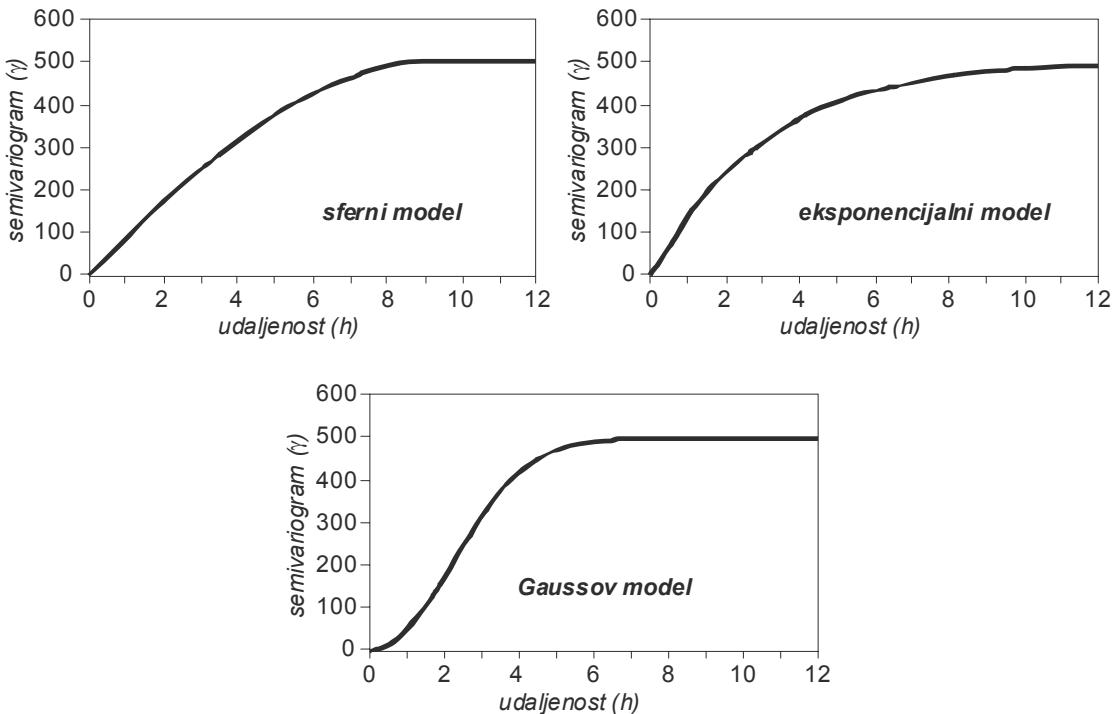
Svaki variogram opisan je i s nekoliko svojstava, od kojih je najvažnije svojstvo anizotropija koja opisuje promjenu vrijednosti variograma ovisno o smjeru u kojemu je računan. To je vrlo česta pojava u geologiji, najčešće zbog različitoga oblika struktura u kojima se analiziraju različita svojstva. Na temelju rezultata semivariogramske analize može se odrediti smjer najvećega (glavna os) i najmanjega kontinuiteta (sporedna os). Njihov je omjer faktor anizotropije. Kada semivariogrami u različitim smjerovima imaju isti prag i različit doseg, radi se o geometrijskoj anizotropiji. Najčešće se obje veličine mijenjaju sa smjerom pa se tada radi o zonalnoj anizotropiji.

Sljedeće često uočljivo svojstvo na brojnim variogramskim krivuljama jest osciliranje odnosno pojava približno pravilne promjene vrijednosti, najčešće oko praga, čemu je uzrok pseudoperiodičnost, a ne međuzavisnost analizirane varijable. Pojava osciliranja kazuje da više ne postoji prostorna ovisnost podataka.

Ekstremi su vrlo visoke i niske vrijednosti na krivulji. Mogu se pojaviti kao posljedica preveloga broja ulaznih podataka (kada su razlike između podataka često relativno velike). Češće čine manji dio podataka koji vrijednostima izrazito odskaču od glavnoga skupa. Treba ih izdvojiti i odbaciti na histogramu analizirane varijable jer bitno utječu na (semi)variogramski račun zbog upotrebe izraza kvadrata razlike vrijednosti.

### 3.2. Variogramski modeli

Gotovo svi eksperimentalni (semi)variogrami mogu se matematički aproksimirati s pet teorijskih modela: sfernim, eksponencijalnim, Gaussovim, linearnim i logaritamskim (deWysovim) (HOHN, 1988). Razlikuju se prema tome sadržavaju li prag te po načinu ponašanja krivulje u blizini ishodišta. Prva tri modela (sferni, eksponencijalni, Gaussov) najčešće se upotrebljavaju u interpretaciji geoloških varijabli (**slika 3.2**). Modeli bez praga rijetki su u naftnogeološkoj praksi.



**Slika 3.2:** Teorijski modeli – sferni (gore lijevo), eksponencijalni (gore desno), Gaussov (dolje)

Formule po kojima se definira ponašanje varijable određene odabranim teorijskim modelom jesu sljedeće (ISAAKS & SRIVASTAVA, 1989):

$$\gamma(h) = C \left[ \left( \frac{3h}{2a} \right) - \left( \frac{h^3}{2a^3} \right) \right] \quad h \leq a \quad \text{sferni model} \quad (3.2)$$

$$\gamma(h) = C \quad h > a$$

$$\gamma(h) = C \left[ 1 - \exp \left( \frac{-h}{a} \right) \right] \quad \text{eksponencijalni model} \quad (3.3)$$

$$\gamma(h) = C \left[ 1 - \exp \left( \frac{-h^2}{a^2} \right) \right] \quad \text{Gaussov model} \quad (3.4)$$

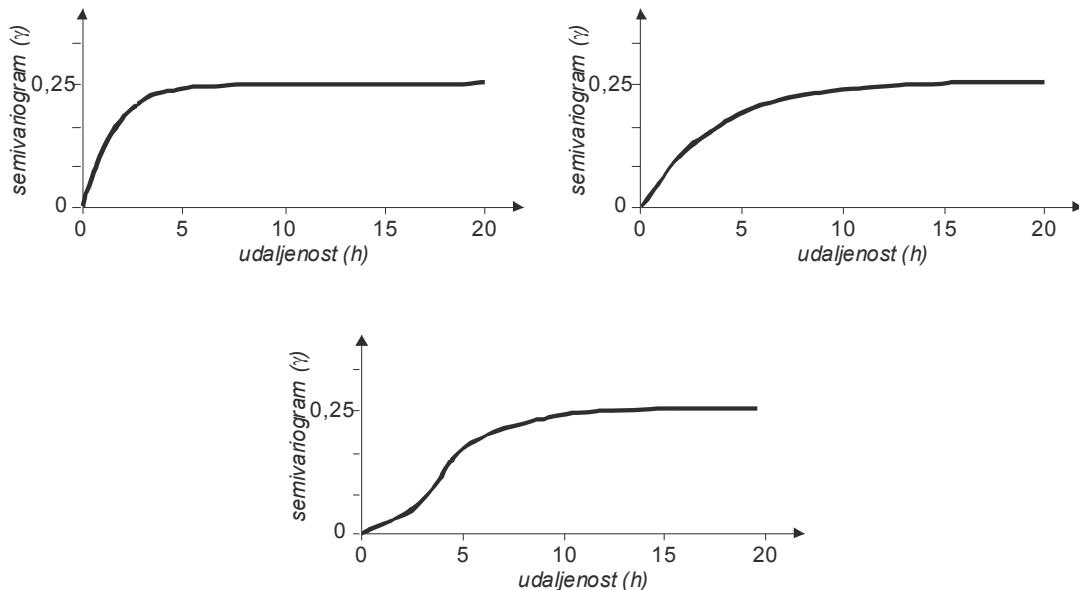
gdje je:

$\gamma(h)$  - vrijednost variograma na udaljenosti 'h'      h - udaljenost  
C - konstanta      a - doseg

Aproksimaciju eksperimentalne krivulje moguće je načiniti stvaranjem složenoga modela koji tvori zbroj dvaju ili više osnovnih teorijskih modela različitih dosega i pragova. Takav složeni model naziva se ugniježđenim modelom i iskazuje se kao zbroj više osnovnih modela:

$$\gamma(h) = \gamma_1(h) + \gamma_2(h) + \gamma_3(h) + \dots \quad (3.5)$$

Interpretacija semivariograma ovisi o obliku dobivene krivulje. Na **slici 3.3** prikazana su tri primjera sfernog, eksponencijalnog i Gaussova modela te uopćene interpretacije povezane sa svakim od njih.



**Slika 3.3:** Interpretacija semivariogramske krivulje (iz: HOHN, 1988)

Na prvoj slici (**slika 3.3, gore lijevo**) variogramska krivulja prema pragu raste vrlo brzo, što opisuje velike razlike u vrijednostima podataka na malim udaljenostima i velike vrijednosti ekstremnih podataka. Na takvu skupu ulaznih podataka najbolje je primijeniti sferni model.

Eksponencijalni model (**slika 3.3, gore desno**) primjenjuje se na skupu gdje vrijednosti postupno rastu i padaju, a iznosi su ekstrema mali u odnosu na iznose u preostalom dijelu skupa. Tada krivulja postupno raste prema pragu uz veći doseg.

Gaussov model (**slika 3.3, dolje**) upućuje na vrlo ujednačen skup podataka s obzirom na razlike između njihovih vrijednosti, a njihova raspodjela najbliža je krivulji normalne distribucije.

## 4. VARIOGRAMSKA ANALIZA PODATAKA NA KILOMETARSKIM UDALJENOSTIMA

Variogramska analiza nije ograničena skalom na kojoj su raspoređeni podatci. Drugim riječima, eksperimentalni variogram može se izračunati za prosječne vrijednosti poroznosti određene u buštinama smještenim na poljima (km dimenzije), ali i za, primjerice, mjerena koncentracije plina na relativno maloj površini tla (m dimenzije), ili, još manje, na podatcima izmjerenima na jezgrama (cm dimenzije).

**U poglavljima 4. i 5.** prikazana su dva spomenuta primjera. Jedan uključuje srednje poroznosti određene po litofacijesima triju plinsko-kondenzatnih polja u Hrvatskoj (primjer izračuna variograma iz podataka s polja udaljenih stotinama metara ili nekoliko kilometara), a drugi prostornu analizu mjerena poroznosti na jezgrama buština u prostoru Bjelovarske subdepresije (variogramski račun na podatcima s polja udaljenih tek nekoliko centimetara ili nešto više od jednoga metra).

Tema ovoga poglavlja jest variogramski izračun na kilometarskoj skali temeljen na podatcima poroznosti iz različitih litofacijesa na poljima Molve, Kalinovac i Stari Gradac. Kad se spominje poroznost, misli se na srednje vrijednosti izračunate po vertikali svakoga litofacijesa koji je probušen ili nabušen na lokacijama pojedinačnih buština. Takve vrijednosti poroznosti promatrane su i analizirane kao primarna varijabla u **poglavljima 4. i 6.** Mjereni podatci i osnovna geološka obilježja polja preuzeti su iz pojedinačnih studija i iz zbirne studije tih polja načinjenih u Sektoru za razradu INA-Naftaplina (Fond stručne dokumentacije – MALVIĆ, 2003a,b; 2004a,b). Vrijednosti srednje poroznosti po litofacijesima dobiveni su iz analiza Epiloga za cijeli interval litofacijesa (na dijelovima gdje postoji mjerjenje), odnosno za najdublji interval prema mjerjenjima načinjenim samo u vršnome (nabušenome) dijelu.

Na sva tri polja variogramski modeli načinjeni su za dva pravca pružanja:  $120^\circ - 300^\circ$  (glavna os) i  $30^\circ - 210^\circ$  (sporedna os). Ta dva pravca variogramskih osi izdvojena su na temelju rezultata izrade karte variogramskih površina u različitim litofacijesima svih triju polja u dubokome, zapadnometrijskom dijelu Dravske depresije (Molve, Kalinovac, Stari Gradac). *A priori* je postavljena tvrdnja da će variogramske osi najvjerojatnije odgovarati glavnoj i sporednoj osi struktura tih polja. Sva tri polja predstavljaju brahiantiklinale unutar neogenskih sedimenta koji su istaloženi i čije je pružanje uglavnom uvjetovano velikim, izdignutim oblicima paleoreljeфа (engl. *buried hill*). Zato glavna i sporedna strukturna os svojom ravnom linijom mogu samo aproksimirati smjer pružanja strukture polja.

Upoštevajte tvrdnji da eksperimentalne variogramske osi poroznosti prate pružanje strukturnih osi jest u općenitoj činjenici da raspodjela petrofizikalnih parametara najčešće prati oblik strukture, odnosno uvjetovana je njime. Na karti variogramskih površina izlaz je predočen grafičkim poljem na kojemu svakoj ćeliji ili poligonu (kvadratu) modela odgovara određeni broj variogramskih parova podataka. Smjer u kojemu je taj broj veći ujedno predstavlja i smjer u kojemu je pouzdanost računa veća (veći broj podataka) te se naziva i glavnom variogramskom osi s najvećom prostornom zavisnosti. Okomito na njega očekuje se najmanji broj parova podataka za variogramski račun, odnosno takva os naziva se sporednom variogramskom osi.

Izradbom karte variogramske površine utvrđeno je da pružanje glavne i sporedne variogramske osi na sva tri polja odgovaraju glavnoj i sporednoj geološkoj osi struktura tih polja, pa je njima

opisana maksimalna anizotropija poroznosti. Kako se radi o prosječnim vrijednostima izmjerenima na lokacijama bušotina (kontrolnim točkama), njihov ukupni broj u sva tri slučaja relativno je malen i prosječno se kreće od 10 do 20. U pravilu, eksperimentalni variogram bilo je moguće konstruirati s obzirom na broj razreda (klasa) i parova podataka po njima, no pouzdanost takvih variograma proporcionalno se smanjivala kako se radio model dubljega litofacijesa. U takvim slučajevima većina klasa (točaka) izračunata je s premalim brojem variogramskih parova pa je mala pouzdanost te vrijednosti (odnosno točke na variogramskoj krivulji). U takvim slučajevima bilo je primjera da već druga ili treća točka siječe variogramski prag (*engl. sill*) pa je posljedično bilo nemoguće uvijek primjeniti pravilo prvoga sjecišta praga za određivanje dosega (*engl. range*). Takva poteškoća u interpretaciji dijelom je „poništena“ prihvaćanjem relativno velikoga kuta tolerancije određenoga uz variogramsku os koji iznosi  $45^\circ$ , čime je (zbog relativno maloga broja ulaznih vrijednosti) uključena velika vecina ulaznih vrijednosti u izračun.

Drugi problem povezan s malim brojem ulaznih vrijednosti bio je nemogućnost preciznoga određivanja odstupanja (*engl. nugget*). Kod relativno maloga broja ulaznih vrijednosti na horizontalnoj skali većina ćelija ne sadržava niti jednu vrijednost ili sadržava eventualno jedno mjerjenje. Kako je odstupanje rezultat razlike u vrijednostima bliskih uzoraka (nekoliko njih u jednoj ćeliji), u opisanim slučajevima nema ga ni smisla određivati. Zato je krivulja eksperimentalnoga variograma smještena u ishodište.

Uz to, eksperimentiralo se s veličinom koraka te je u svakoj analizi odabrana takva vrijednost kojom je bilo moguće dobiti najveći mogući broj eksperimentalnih točaka, odnosno načiniti proračun s najvećim mogućim brojem parova podataka.

#### 4.1. Horizontalni eksperimentalni variogrami za paleozojske metamorfite i vulkanite u dubokome dijelu Dravske depresije – litofacijes IV

**Svrha odabira primjera:** Definiranje variogramskoga modela u najdubljim litofacijesima, obilježenima najmanjim brojem podataka. Rješavanje problema maloga broja razreda i parova podataka.

Najdublje stijene u dubokome zapadnome dijelu Dravske depresije (ponekad kolovijalno nazvanome i Duboka Drava) sastoje se od različitih metamorfnih i magmatskih stijena, uglavnom od dijaftorita i vulkanita. Utvrđivanje starosti prilično je problematično te je određena u širokome rasponu od pretpaleozoika do uključivo devona. Skup tih stijena na poljima Molve, Kalinovac i Stari Gradac određen je kao litofacijes IV ili litofacijes dijaftorita, odnosno metavulkanita.

Kako se radi o najdubljim dijelovima ležišta (svi su litofacijesi povezani u zajedničku hidrodi-namsku jedinicu), vrlo je malo bušotina nabušilo te stijene. Naravno, time je skup mjerjenja i vrijednosti poroznosti (primarna varijabla u ovoj variogramskoj analizi) vrlo malobrojan, odnosno po svakome polju radi se o tek nekoliko vrijednosti.

Mali broj ulaznih vrijednosti imao je za posljedicu da je na poljima Molve i Kalinovac bilo moguće načiniti isključivo izotropne (neusmjereni) eksperimentalne modele, tj. nije bilo moguće očitati anizotropiju.

Eksperimentiranjem s veličinom koraka dobiven je model s najvećim brojem eksperimentalnih točaka. No, zbog maloga broja točaka nije primijenjeno pravilo „prvoga sjecišta krivulje i praga“ jer bi tada doseg bio toliko malen da rezultat variogramske analize ne bi bio smislen.

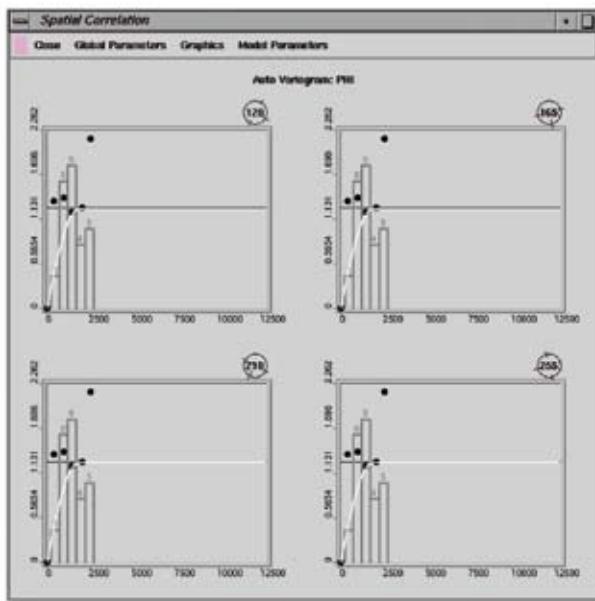
Uz navedena ograničenja definirani su dosezi neusmjerenih variograma koji u tome prostoru iznose:

- od 1800 m (uz korak 500 m) – v. **sliku 4.1**;
- do 1500 m (uz korak 1500 m) – v. **sliku 4.2**.

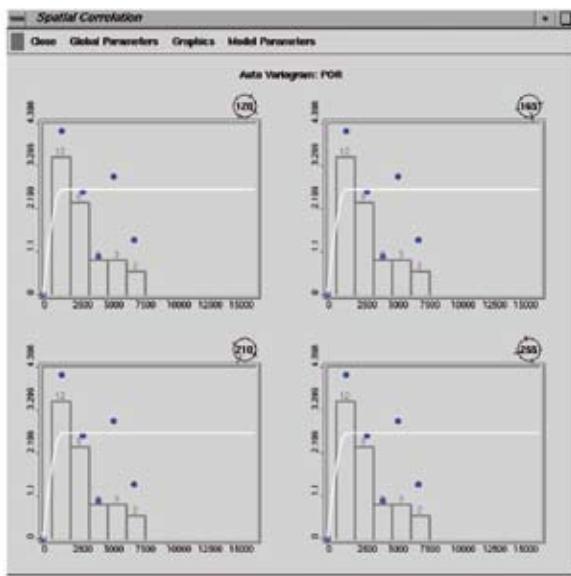
U trećemu slučaju unutar litofacijesa IV bilo je 13 ulaznih srednjih vrijednosti poroznosti te je načinjen anizotropan (usmjereni) eksperimentalni variogramski model. Variogramski azimuti postavljeni su na  $300^\circ$  za glavnu i  $30^\circ$  za sporednu os. Tolerancija azimuta iznosi  $45^\circ$ .

Pri postavljanju azimuta uvijek je nuždan povećan oprez, odnosno azimut se treba (ako se sumnja ili zna da na analiziranome prostoru postoji anizotropija) postupno povećavati od  $1^\circ$  prema većim vrijednostima. Konačno se prihvata najniža vrijednost azimuta na kojoj je moguće prepoznati anizotropiju.

Svako povećanje kuta tolerancija variogramskoga smjera nužno i normalno dovodi do prisutanosti i nesigurnosti u postavljene smjerove anizotropije. Kutovi iznad  $45^\circ$  gotovo uvijek kazuju da su postavljeni smjerovi pogrešni ili da se treba načiniti neusmjereni variogram.

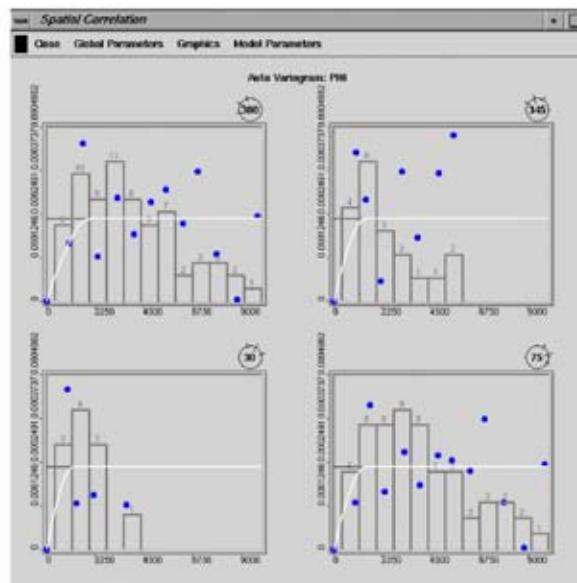


**Slika 4.1:** Eksperimentalni neusmjereni variogram za litofacijes IV, primjer 1



**Slika 4.2:** Eksperimentalni neusmjereni variogram za litofacijes IV, primjer 2

Uz spomenute parametre na glavnoj osi polja danoga uz 3. primjer doseg je 2000 m (uz korak 1000 m) (**slika 4.3, gornji lijevi kut**), a na sporednoj osi on iznosi 1200 m (uz jednaki korak) (**slika 4.3, donji lijevi kut**).



**Slika 4.3:** Eksperimentalni neusmjereni variogram za litofacijes IV, primjer 3

Variogram na glavnoj osi modeliran je pouzdano s obzirom na broj parova podataka. Primijenjeno je pravilo prvoga sjecišta, iako se radi već o drugoj točki, no zbog velikoga koraka dobiva se i smisleno veliki doseg za glavnou os na polju takvih dimenzija. Variogram na sporednoj osi uključuje analogiju omjera glavne i sporedne geološke osi te subjektivnu procjenu interpretatora.

**Rezultat:** Variogramsko modeliranje s relativno malim brojem podataka (8 – 13) uključuje veliki stupanj nesigurnosti. U slučajevima s vrlo malo ulaznih vrijednosti jedino je moguće načiniti izotropan variogramski model, iako nas geološki podatci i oblik strukture jasno upućuju na anizotropnost u razdiobi geoloških varijabli. U tome slučaju, ako je cilj kartiranje analizirane varijable (izotropan model, mali broj podataka), primjena geostatistike najvjerojatnije je suvišna.

#### 4.2. Horizontalni eksperimentalni variogrami za mezozojske kvarcite u dubokome dijelu Dravske depresije – litofacijes III

**Svrha odabira primjera:** Definiranje anizotropnoga variogramskoga modela u mezozojskome litofacijesu. Procjena dosega na glavnoj i sporednoj osi uz relativno mali broj podataka, mjereni u litologiji s dominantno sekundarnom poroznošću.

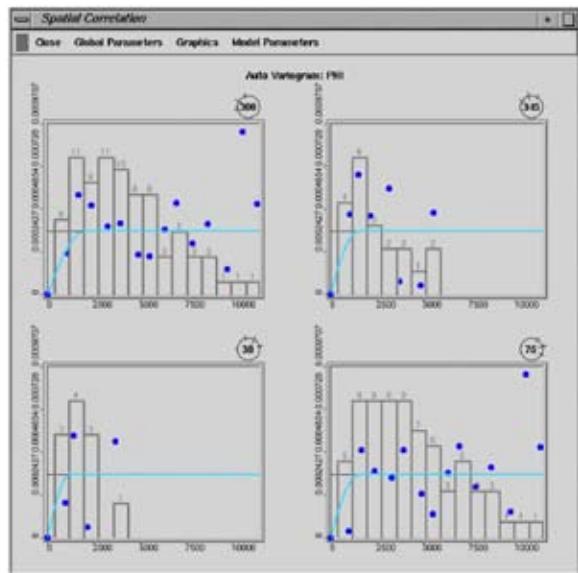
Različiti donjotrijaski klastiti sastavljeni od metapješčenjaka i kataklaziranih kvarcita određeni su kao litofacijes III odnosno litofacijes klastita. Kontakt plin - voda smješten je unutar te jedinice, a broj podataka veći je nego u prijašnjemu litofacijesu.

Na dvama poljima izdvojeno je 14 točkastih podataka poroznosti, a na jednome njih 11. Usmjereni (anizotropni) variogramski modeli načinjeni su na svim poljima s osima  $300^\circ$  i  $30^\circ$  te uz toleranciju azimuta od  $45^\circ$ .

Među trima izračunatim eksperimentalnim variogramima ovdje je izdvojen (**slika 4.4**) kao reprezentativan variogram sa sljedećim vrijednostima:

- doseg na glavnoj osi 2000 m
- doseg na sporednoj osi 1200 m
- zajednički korak 800 m.

Dosezi na glavnoj i sporednoj osi određeni su strogo poštujući pravilo prvoga sjecišta, a zbog relativno velikoga koraka (800 m) takve vrijednosti definiraju smislenu i dovoljno veliku prostornu zavisnost. To je posredno potvrđeno kasnijim kartiranjem poroznosti upotreboom takva modela.



**Slika 4.4:** Eksperimentalni variogram, usmjereni, litofacijes III

**Rezultat:** Ulagani skup 11 – 14 vrijednosti omogućuje definiranje anizotropije. Od interpretatora zahtijeva visok stupanj subjektivnosti i primjenu analogije pri procjeni dosega na sporednoj variogramskoj osi. Najčešće je moguće primijeniti pravilo „prvoga sjecišta“, a takav doseg treba prelaziti veličinu koraka barem dvaput do triput da bi bio smislen.

#### 4.3. Horizontalni eksperimentalni variogrami za mezozojske karbonate u dubokome dijelu Dravske depresije – litofacijes II

**Svrha odabira primjera:** Definiranje anizotropnoga variogramskoga modela u mlađemu mezozojskome litofacijesu. Opisivanje poteškoća vezanih uz traženje anizotropije u heterogenim karbonatnim litofacijesima s dominantno sekundarnom poroznošću.

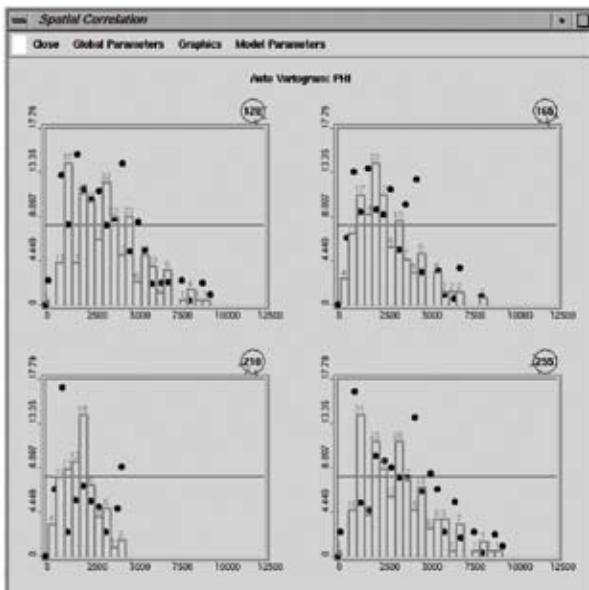
Uglavnom dolomitni facijes u području dubokoga dijela Dravske depresije, sastavljen od različitih dolomita i dolomitnih breča, šejlova, filita te mjestimice piroklastita i probaja dijabaza, nazvan je litofacijesom II ili litofacijesom dolomita.

Unutar njega na promatranim poljima broj podataka bio je znatno veći nego u dubljim litofacijesima, odnosno kretao se između 13 i 27 podataka. Time je broj parova podataka i razreda u pravilu bio veći, no veličina prostorne ovisnosti u pravilu manja nego kod prethodnoga litofacijesa. Razlog leži u tome što je karbonatni litofacijes prirodno obilježen znatno većom stohastikom (manjom pravilnošću) u razdiobi poroznosti nego većina ostalih vrsta litologija. Kao primjer ponašanja poroznosti u prostoru odabran je variogram prikazan na **slici 4.5.**

Na temelju 27 ulaznih vrijednosti određeni su i izračunati sljedeći parametri:

- azimut glavne osi  $120^\circ$  ( $300^\circ$ )
- azimut sporedne osi  $210^\circ$  ( $30^\circ$ )
- tolerancija azimuta  $45^\circ$
- doseg na glavnoj osi 1125 m
- doseg na sporednoj osi 675 m
- zajednička veličina koraka 450 m.

Unatoč većemu broju podataka, određeni su manji dosezi nego u dubljim litofacijesima s manjim brojem ulaznih vrijednosti. Razlog tomu jest model načinjen u dolomitima, gdje je prostorna veza između podataka vrlo slaba, odnosno vrijednosti na bliskim bušotinama često nisu povezane u prostoru, tj. ne utječu jedna na drugu.



**Slika 4.5:** Eksperimentalni variogram, usmjeren, litofacijes II

To se jasno uočava na eksperimentalnom modelu gdje je vrlo teško načiniti aproksimaciju bilo kakvim modelom, jer eksperimentalne točke slučajno i u različitim iznosima variraju nepravilno oko praga. Zato je variogramski elipsoid u ovome litofacijesu najmanji (1125x675 m).

**Rezultat:** Izračun variograma najteži je u karbonatnoj litologiji. Stohastičko ponašanje poroznosti i točaka na eksperimentalnome variogramu izrazito otežava definiranje bilo kakve veće prostorne zavisnosti. Rezultat može biti karta poroznosti izrazito obilježena pojmom koncentričnih krugova (*engl. bull-eyes*). Tada svakako treba načiniti interpolaciju metodom inverzne udaljenosti te oba rješenja usporediti računom krosvalidacije.

#### 4.4. Horizontalni eksperimentalni variogrami za badenske sedimente u dubokome dijelu Dravske depresije – litofacijes I

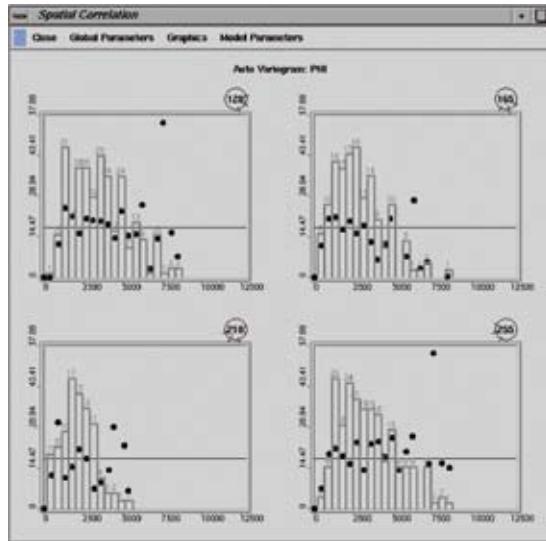
**Svrha odabira primjera:** Definiranje anizotropnoga variogramskoga modela u badenskim karbonatima. Traženje sličnosti s anizotropnim variogramskim modelom u mezojskim karbonatima odnosno pravila modeliranja za karbonatnu litologiju općenito.

Različiti klastiti badenske starosti, uglavnom karbonatnoga detritusa u trima analiziranim poljima u dubokome dijelu Dravske depresije određeni su kao litofacijes I. Udjel karbonatne komponente i breča razlikuju se po lokalitetima. Tako u Molvama dominiraju karbonatni sedimenti, a drugdje postoji razlika u prosječnoj veličini detritusa pa litofacijesno nazivlje prema dominantnoj litologiji varira između vapnenačkih breča i klastita. Litofacijes I uglavnom je karakteriziran primarnom raspucanošću.

Broj podataka po poljima sličan je onome u prijašnjemu litofacijesu te se kreće između 12 i 27. Ponovno je kao reprezentativan primjer eksperimentalnoga variograma odabran model polja Molve (**slika 4.6**), ponajprije zbog najvećega broja i slične strukturiranosti ulaznih vrijednosti te dosega vrlo sličnih modelu litofacijesa II. Parametri modela jesu ovi:

- azimut glavne osi  $120^\circ$  ( $300^\circ$ )
- azimut sporedne osi  $210^\circ$  ( $30^\circ$ )
- tolerancija azimuta  $45^\circ$
- doseg na glavnoj osi 1575 m
- doseg na sporednoj osi 900 m
- zajednička veličina koraka 450 m.

Problemi modeliranja opisani u prijašnjemu primjeru (**slika 4.5**) gotovo su identični i na ovome primjeru (**slika 4.6**). Svi prikazani modeli upotrijebljeni su kasnije za kartiranje poroznosti u analiziranim poljima i po pripadajućim litofacijesima. Zanimljivo je spomenuti kako se upravo u karbonatnim litofacijesima s povećanjem broja bušotina progresivno povećavala vrijednost krosvalidacije, npr. uz variogramski model na **slici 4.6** ta vrijednost iznosila je čak 19,67! Tako visoke vrijednosti izravna su posljedica vrlo raspucane i tektonski kataklazirane litologije (dolomiti, vapnenci, karbonatne breče, klastiti s dominantno karbonatnim detritusom).



**Slika 4.6:** Eksperimentalni variogram, usmjereni, litofacijes I

**Rezultat:** Primjer variogramske analize načinjene na vapnencima (litofacijes I) upozorio je na jednake probleme i nepouzdanost karakteristične za modele načinjene u dolomitima (litofacijes II). Time je potvrđeno kako je karbonatna litologija uključujući i breče toga sastava općenito litološka sredina za koju je najteže načiniti pouzdan variogramski model. Preporučuje se primjena barem dviju interpolacijskih metoda (jedne od njih geostatističke) te usporedba rezultata izračunom vrijednosti krosvalidacije.

#### 4.5. Pregled primjene horizontalne variogramske analize na poljima u dubokome dijelu Dravske depresije

Variogrami najdubljega litofacijesa IV izračunati su iz maloga broja podataka (8 – 13) te je i njihova pouzdanost mala. Samo je u jednome slučaju bilo moguće definirati anizotropni model. Prikazani variogrami pokazali su koji broj podataka znači granične slučajeve za primjenu geostatistike s obzirom na mogućnost definiranja pouzdanoga prostornoga modela. Također, kod graničnoga broja ulaznih vrijednosti odabir između kriginga ili neke jednostavnije metode (poput inverzne udaljenosti) treba napraviti na temelju rezultata metode krosvalidacije (*engl. cross-validation*), o čemu će biti više riječi u sljedećim poglavljima.

Broj bušotina unutar litofacijesa III bio je nešto veći nego u prijašnjem litofacijesu pa je i konstrukcija variograma bila lakša. Određivanje dosega u smjeru glavne osi relativno je pouzdano, no i dalje je znatna količina subjektivnosti bila uključena u konstrukciju variograma na sporednoj osi.

Najplići i najmlađi litofacijesi II i I sadržavali su najveći broj ulaznih podataka te je interpretacija variogramskih modela najpouzdanija. Karbonatna litologija predstavlja najlošiji medij za geostatističko

modeliranje zbog izrazito stohastičke prirode poroznosti. Posljedica su relativno male vrijednosti variogramskog dosega te, kasnije u interpolaciji, vrlo velike vrijednosti izračunate krosvalidacijom.

U zadnjih nekoliko godina objavljen je niz radova koji opisuju upotrebu i rezultate geostatističke analize na nekoliko polja u Hrvatskoj. Izradbu variograma za polja u Savskoj i Dravskoj depresiji prikazali su HERNITZ et al. (2001). Variogramska analiza i odabir najprikladnije geostatističke metode interpolacije odnosno simulacije za polja Beničanci i Stari Gradac vrlo su detaljno prikazani u radovima MALVIĆ & ĐUREKOVIĆ (2003), MALVIĆ & SMOLJANOVIĆ (2004) te SMOLJANOVIĆ & MALVIĆ (2004). Pregledni rad koji prikazuje geostatističko kartiranje u prostoru dubokoga dijela Dravske depresije objavio je MALVIĆ (2005a). Svi primjeri objavljeni u ovome poglavlju preuzeti su uglavnom iz toga rada.

#### 4.6. O postupku krosvalidacije

U poglavlju 4. nekoliko puta spomenut je postupak krosvalidacije kao metode za provjeru uspješnosti interpolacije u različitim litofacijsima. Takav postupak posebno se uspješno upotrebljava kada se žele ocijeniti rezultati dobiveni s dvjema interpolacijskim metodama ili više njih za isti ulazni skup mjerenih vrijednosti.

Pojam krosvalidacije uobičajen je u matematičkoj terminologiji (*engl. cross-validation*), a ovdje je preveden i kao numerička procjena pogreške kako bi najbolje opisao ulogu u ocjeni kvalitete kartiranja.

Načelo je metode jednostavno. U nekome skupu s 'n' podataka postupak se ponovi točno 'n' puta. U svakome koraku odabire se jedna (uvijek druga) mjerenja vrijednost, stavlja izvan skupa podataka, uspoređuje se razlika izvorne i procijenjene vrijednosti na istoj lokaciji te računa njezin kvadrat. Na kraju se zbroje takvi kvadrati po svim postojećim točkama. Konačan zbroj jest rezultat krosvalidacije, još nazvan numerička pogreška procjene ili srednja kvadratna pogreška procjene (*engl. mean square error – MSE*). Izračun se radi prema **jednadžbi 4.1:**

$$MSE_{metode} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (izmj.vrij. - proc.vrij.)_i^2 \quad (4.1)$$

gdje je:

$MSE_{metode}$  - srednja kvadratna pogreška (krosvalidacija) procjene odabrane metode

$izmj.vrij.$  - izmjerena vrijednost odabrane varijable na bušotini 'i'

$proc.vrij.$  - procijenjena vrijednost odabrane varijable na bušotini 'i'

Takov postupak danas je jedan od široko prihvaćenih načina za procjenu numeričke pogreške interpolacijske metode (npr. DAVIS, 1987), a u ovome tekstu nekoliko je puta iskorišten u slučajevima kada je, zbog maloga broja vrijednosti, trebalo odlučiti između primjene kriginga s nepouzdanim variogramskim modelom ili metode inverzne udaljenosti.

Nije moguće dati neke okvirne vrijednosti koliko mora iznositi vrijednost krosvalidacije da bi se karta načinjena za određenu litologiju i uz poznati broj bušotina smatrala pouzdanom ili prihvatljivom, ali je moguća usporedba takvih vrijednosti za nekoliko bliskih polja, unutar istovrsnih litoloških jedinica i uz približno jednak broj ulaznih vrijednosti. U tome slučaju niže vrijednosti pokazuju bolju procjenu, odnosno upotrebu interpolacijske metode s manjom pogreškom.

## 5. VARIOGRAMSKA ANALIZA NA METARSKIM I CENTIMETARSKIM UDALJENOSTIMA

Primjeri u prethodnome poglavlju prikazali su variogramsku analizu na, uvjetno rečeno, „makroskali“, odnosno analizirani su podatci transformirani u horizontalnu ravninu s osima od nekoliko tisuća metara (red veličine analiziranih polja u dubokome, zapadnome dijelu Dravske depresije). No veličina skale na kojoj se izračunavaju eksperimentalni variogrami nije ograničavajući faktor. Oni se mogu izračunati za podatke čija se međusobna udaljenost mjeri u centimetrima, metrima, dekametrima i kilometrima. Jedini je uvjet da se između njih pretpostavi prostorna zavisnost, odnosno neki oblik autokorelacije, barem toliko velik da ih vrijedi promatrati kao reprezentativnu skupinu (u statistici tomu bi približno odgovarao pojam populacija).

Kako bi se ta tvrdnja potvrdila primjerima, za prikaz u ovome poglavlju odabrana je variogramska analiza temeljena na mjerljima poroznosti načinjenima na jezgrama, tj. na skali centimetarskoga do metarskoga reda veličine. Odgovarajuće bušotine, pripadajuće vrijednosti poroznosti te eksperimentalni variogrami preuzeti su iz rezultata istraživanja koje je objavio MALVIĆ (2003a,b). Analizirani prostor obuhvatilo je područje Bjelovarske subdepresije odnosno podatke iz bušotina koje su probušile stijene miocenske starosti i njihove podine, te u kojima su jezgrovani interesantni litološki članovi.

Cilj variogramske analize bio je izradba prostornoga modela i određivanje prostorne zavisnosti (dosega) na vrijednostima poroznosti izmjerenima na uzorcima jezgara. Tako je moguće odrediti:

- a) jesu li svi podatci iz jezgrovanih intervala u prostornoj vezi, odnosno pripadaju li istoj mikrojedinici?
- b) Koliko se granice takve mikrojedinice mogu extrapolirati izvan jezgre ako je zadovoljen uvjet da krovinske i podinske naslage u odnosu na stijenu pripadaju istoj litološkoj jedinici?

Takva analiza načinjena je za tri litostratigrafske jedinice odnosno za dva litofacijsa. Prema litostratigrafskoj nomenklaturi u Dravskoj depresiji analiza je načinjena za član Mosti – Krupnoklastične naslage (uglavnom breče) badenske starosti te za članove Poljana i Pepelana – pješčenjačkoga sastava i donjopontske starosti.

Variogramski prikaz malo je drugačiji nego onaj u poglavlju 4., jer su u ovome poglavlju eksperimentalni semivariogrami izračunati upotreboom programa načinjenoga za potrebe izrade moje doktorske disertacije (MALVIĆ, 2003a). No obje vrste prikaza međusobno su usporedive, tj. na objema je moguće jasno očitati položaj praga i vrijednost dosega. Ovdje nije prikazana ni krivulja teorijskoga modela, no na svim primjerima aproksimacija je načinjena sfernim modelom.

Temeljna karakteristika eksperimentalnih variograma načinjenih na razini „mikroskale“ jest određivanje različitih vrijednosti odstupanja (*engl. nugget effect*). To je bilo moguće jer se radi o vrlo bliskim podatcima, teorijski gledano uzetih s jedne lokacije (jezgre). Analize prikazane u **poglavlju 5.** (za razliku od **poglavlja 4.**) karakterizirane su relativno velikim brojem vrijednosti (odnosno uzoraka) po analiziranome intervalu, a dodatnom primjenom interpolacije intervalima jezgre dodijeljena je odgovarajuća vrijednost.

Veličina odabranoga intervala kod svakoga prikazanoga eksperimentalnoga variograma iznosi 0,25 ili 0,5 metara. Takva vrijednost odabrana je kako bi se (primjenivši interpolaciju) osiguralo

minimalno 10 podataka po jezgri (a time i dovoljno variogramskih parova) za korektan izračun eksperimentalnih točaka.

## 5.1. Vertikalni eksperimentalni variogrami za badenske sedimentne stijene (član Mosti) Bjelovarske subdepresije

**Svrha odabira primjera:** Analiza prostorne zavisnosti u krupnoklastičnim sedimentnim stijenama. Provjera pretpostavke da su vrijednosti zavisnosti male zbog velike heterogenosti stijena i neujednačenoga granulometrijskoga sastava. Određivanje iznosa ekstrapolacije statističkih vrijednosti poroznosti izmjerjenih na jezgrama (srednja vrijednost, varijanca) u njezinoj neposrednoj krovini i podini, jednake litologije.

**Napomena:** U originalnoj analizi (MALVIĆ, 2003a, b) sve vrijednosti srednje poroznosti i dosega umanjene su za vrijednost variance te također interpretirane na taj način. Time je smanjena nesigurnost izračuna uzrokovana heterogenošću ulaznih vrijednosti te su dobivene snižene brojčane vrijednosti tih varijabli, u kojima je uklonjena nepouzdanost uzrokovana varijancama ulaznih vrijednosti. Nove varijable nazvane su korigirana poroznost i korigirani doseg.

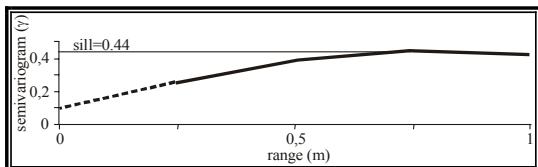
Stariji dio člana Mosti izgrađen je od breča, konglomerata i krupnozrnastih pješčenjaka. U mlađemu dijelu člana u pravilu su taloženi siltiti i kalcitni lapori odnosno slabo propusni i nepropusni sedimenti. Krupnoklastični interval rezervoarski je najperspektivniji dio člana. Detritus je mješavina siliciklastičnoga (izvor: paleozojska podloga i okolna gorja) i karbonatnoga detritusa (izvor: grebenske zajednice).

Analizirane su jezgre u središnjemu (Galovac-Pavljani), istočnome (Velika Ciglena) i jugoistočnom dijelu subdepresije. Izračunate srednje vrijednosti poroznosti i variogramskih dosega po analiziranim jezgrama i buštinama prikazane su u **tablici 5.1**. Na istome mjestu unesene su i korigirane vrijednosti istih veličina. Takve korigirane vrijednosti umanjene su za vrijednost variance te je tako uklonjena nepouzdanost uzrokovana širinom intervala ulaznih vrijednosti.

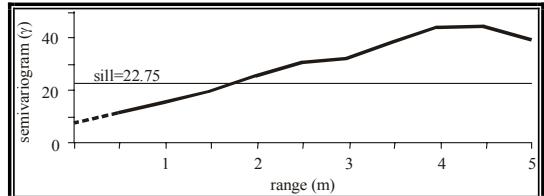
Buština	$\phi$ [%]	Korekcija [1-VAR]	$\phi_{kor}$ [%]	Doseg (a) [m]	Korekcija [1-VAR]	$a_{kor}$ [m]
Dež-1	12,86	0,73	9,33	0,70	0,56	0,39
Pav-4	12,03	0,66	7,99	1,65	0,39	0,64
VC-1	6,14	0,74	4,54	0,63	0,72	0,46

**Tablica 5.1:** Vrijednosti poroznosti i dosega u buštinama s podatcima za član Mosti

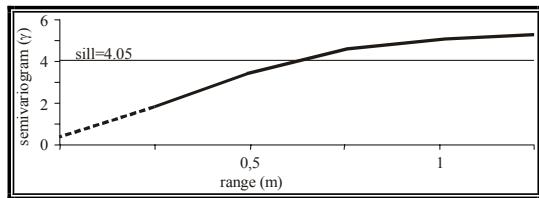
Odgovarajući eksperimentalni vertikalni variogrami prikazani su po bušotinama na **slikama 5.1, 5.2 i 5.3.**



**Slika 5.1:** Vertikalni variogram,  
bušotina Dež-1, član Mosti



**Slika 5.2:** Vertikalni variogram,  
bušotina Pav-4, član Mosti



**Slika 5.3:** Vertikalni variogram, bušotina VC-1, član Mosti

Postupak korekcije srednjih vrijednosti temelji se na analizi iznosa varijance, u ovome primjeru srednje poroznosti te variogramskoga dosega koji su izračunati iz poznatih matematičkih izraza. Nakon korekcije moguće je izračunati odgovarajuću „pogrješku“ (nesigurnost) vezanu uz takve rezultate, koja ovisi o varijanci ulaznih podataka. Što je varijanca veća, veći je interval „pogrješke“. Izračunate vrijednosti iz „standardnih“ formula tada se mogu umanjiti za iznos pogrješke, a dobiveni rezultat daje najkonzervativniju vrijednost varijable na analiziranome lokalitetu (jezgri, karotažnome dijagramu i sl.). Takav postupak nazvan je korekcijom.

Razlog za uvođenje korekcije prikazan je na sljedećemu primjeru. Određena su dva teorijska skupa poroznosti. Prvi skup obuhvaća vrijednosti: 0, 50, 0, 50, 0, 50, 0 i 50 posto. Drugi skup također obuhvaća osam vrijednosti: 25, 25, 25, 25, 25, 25, 25 i 25 posto. U oba slučaja srednja vrijednost poroznosti jest 25 posto. No taj rezultat u prvome skupu uopće ne opisuje stvarno ponašanje varijable, a za drugi skup predviđanje je potpuno. Varijanca (odstupanje podataka od srednje vrijednosti) maksimalna je u prvome, a minimalna u drugome slučaju. Varijablom VAR (**jednadžba 5.1**) opisano je odstupanje podataka od srednje vrijednosti izrazom:

$$VAR = \frac{\sum_{1}^n \frac{|value - \phi_{sr}|}{\phi_{sr}}}{n} \quad (5.1)$$

gdje je:

VAR - faktor korekcije

value - pojedinačna vrijednost u intervalu (dobivena analizom jezgre ili geofizičkih mjerena u buštinama)

$\phi_{sr}$  - srednja vrijednost svih mjerena poroznosti

n - broj intervala (na jezgri ili dijagramima geofizičkih mjerena u buštinama)

Tada se formula korigirane poroznosti (**jednadžba 5.2**) izražava kao:

$$\phi_{kor} = \phi_{mjerena} \cdot (1 - VAR) \quad (5.2)$$

gdje je:

$\phi_{kor}$  - korigirana poroznost

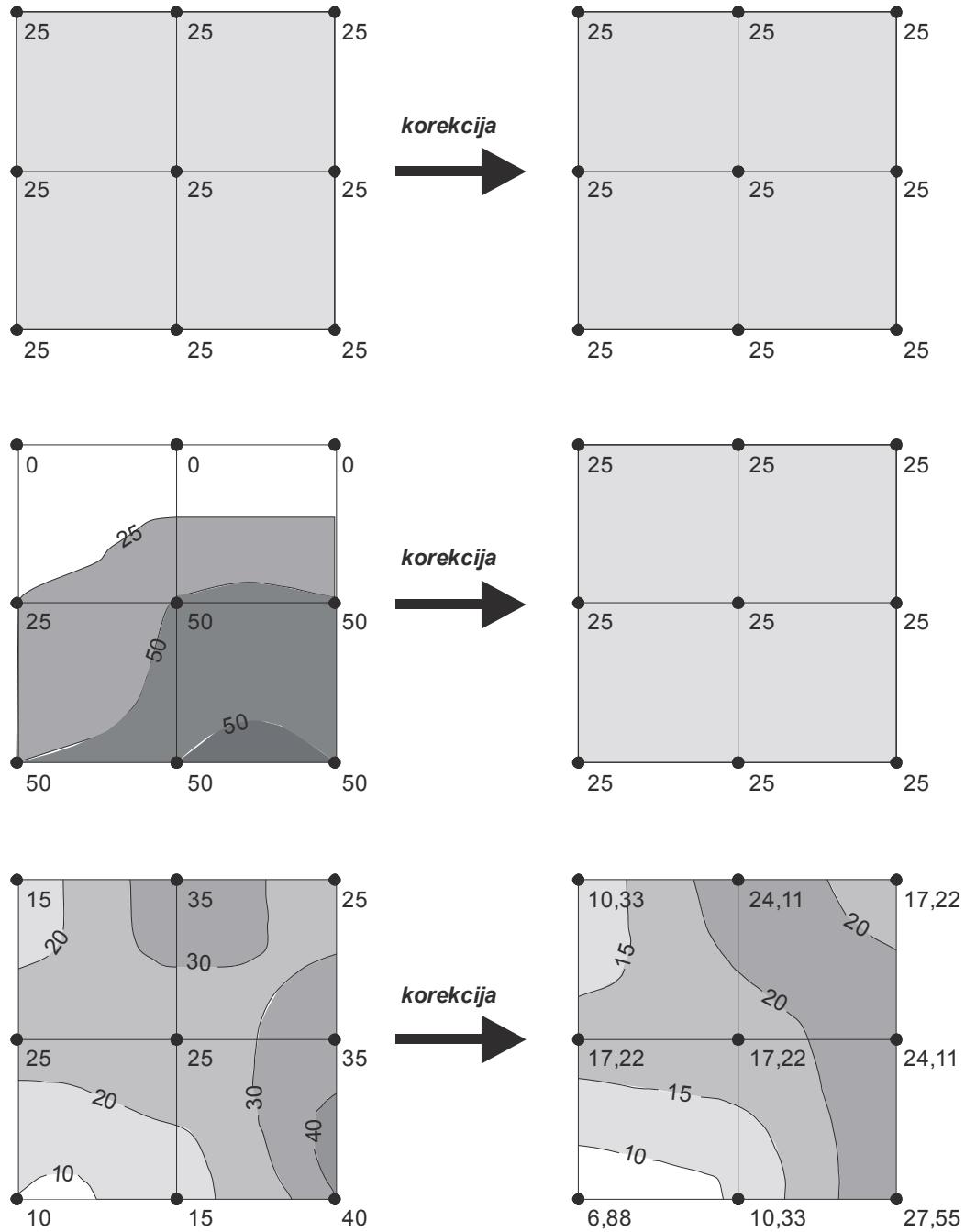
$\phi_{mjerena}$  - mjerena vrijednost poroznosti na pojedinačnoj lokaciji

VAR - faktor korekcije izračunat iz devijacije podataka od njihove srednje vrijednosti

Varijabla VAR bit će 1, a  $\phi_{kor}$  (korigirana poroznost) 0 ako je varijanca maksimalna. Iz iskustva je poznato da je poroznost na nekoj slučajnoj lokaciji uvijek veća od 0. No u geološkome smislu takav je rezultat istinita tvrdnja, jer je predviđanje poroznosti iz srednje vrijednosti, uz toliku varijancu, potpuno nepouzdano. U drugoj krajnosti, kada je VAR = 0, korigirana poroznost jednaka je srednjoj vrijednosti, a karakterizacija srednjom vrijednošću potpuno je pouzdana.

Jednaki postupak može se primijeniti i na vrijednosti dosega. Tada se govori o srednjemu i korigiranome dosegu.

Na kraju, korekcija primjenjena na podatcima osrednjениh poroznosti vrlo je slikovito prikazana na **slici 5.4**. Na njoj su prikazana tri ulazna skupa vrijednosti, svi s jednakom aritmetičkom sredinom od 25 %. Prvi skup (**gore na slici 5.4**) potpuno je homogen te korekcija ne donosi nikakve promjene. Nasuprot tomu, drugi skup (**u sredini na slici 5.4**) sadržava četiri nasuprotne vrijednosti od 0 i 50 % te jednu od 25 %. Heterogeniji skup mjerena nije moguć, a rezultat nakon korekcije ipak je ponovno potpuno homogeni prikaz poroznosti u ležištu. Znači, niti u tome slučaju predložena korekcija ne oslikava utjecaj varijance podataka u ležištu na ispravan način. No, u trećem slučaju (**dolje na slici 5.4**) različita mjerena u rasponu vrijednosti od 10 do 40 % ponovno imaju jednaku aritmetičku sredinu od 25 %. No, ovaj put korekcija dovodi do vrlo zornoga prikaza „minimalno očekivanih“ vrijednosti poroznosti s obzirom na varijancu te znatno umanjuje kartirane maksimume na prethodnoj karti. Time je ispunjena svrha upotrebe korekcije, odnosno smatra se da karta prikazuje minimalne vrijednosti koje možemo očekivati u promatranome ležištu.



**Slika 5.4:** Grafički prikaz triju slučaja korekcije vrijednosti poroznosti u ležištu  
(svi imaju jednaku aritmetičku sredinu od 25 %)

**Rezultat:** Kod svih triju modela ekstrapolirano je odstupanje (*engl. nugget effect*) manje od trećine praga, što znači da se vrijednosti u susjednim intervalima jezgre nisu znatno razlikovale u usporedbi sa širinom cijelog skupa ulaznih vrijednosti. Najveća vrijednost praga (22,75) izračunata je u bušotini Pav-4, gdje su badenski sedimenti zaista pretežito krupnoklastični (litološki se radi o prijelazu od breča u starijem u pješčenjake u mlađem dijelu), a na ostalim dvjema lokacijama (VC-1, Dež-1) to su sitnozrnasti pješčenjaci sa znatnim udjelom pelitne komponente. Također Pav-4 jedina je bušotina gdje je na variogramu zabilježena pojava pseudoperiodičnosti (osciliranja poslije praga). Dosezi se kreću od 0,63 do 1,65 m, što znači da su tolike debljine mikrojedinica unutar jezgrovanih badenskih sedimenata (veće vrijednosti očekivane su u dijelovima s većom granulometrijom). Sa stajališta istraživanja i razradbe ležišta ta nam vrijednost kazuje kolika se debljina može pretpostaviti za potencijalne ležišne jedinice ovoga člana unutar Bjelovarske subdepresije, što je vrijedan podatak pri izračunu potencijalnih zaliha ugljikovodika u neistraženim ili slabo razrađenim zonama.

## 5.2. Vertikalni eksperimentalni variogrami za donjopontske sedimente (pješčenjaci Poljana i Pepelana) Bjelovarske subdepresije

Litološki donjopontski poljanski i pepelanski pješčenjaci u području Bjelovarske subdepresije vrlo su promjenjiva sastava. Vrlo često litostratigrafski član određen kao pješčenjak u biti je jedinica s izmjenama lapor, laporovitim pješčenjaka, pjeskovitim laporom i pješčenjaka. Ponekad je ta promjena vrlo izražena čak i na istome lokalitetu. Na znatnoj površini subdepresije prevladavaju nepropusni sedimenti, na primjer na sjeveru kod naselja Hampovice i Visa, zatim na istoku kod Velike Ciglene i Patkovca te drugdje. Uz to, na jugu i jugoistoku subdepresije česta je dominacija nepropusnih sedimenata, pa tamo formacija Kloštar Ivanić nije ni podijeljena na pojedinačne članove, nego je opisana kao lapor Kloštar Ivanić.

Kod poljanskih pješčenjaka dominacija pješčenjaka unutar člana dokumentirana je u litološkim opisima polja zvanoga Galovac-Pavljani u središnjemu dijelu te na sjeveroistoku kod Cremušine i Gakova. Pješčenjak je kvarcno-tinjčastoga sastava, najčešće srednjovezani i sitnozrnasti. Nepropustan facijes lapor Kloštar Ivanić određen je na lokalitetima Velikoj Barni, Grubišnom Polju, Pavlovcu, Velikoj Trnovitici, Ciglenici i Uljaniku na istoku te Križevcima i Farkaševcu na zapadu.

Kod pepelanskih pješčenjaka dobra kolektorska svojstva vezana su jedino za dio bilogorske zone gdje je polje Šandrovac. Pješčenjak je kvarcno-tinjčasti, slabo do srednje vezan, sitnozrnasti. Na jugu i jugoistoku ponovno su svi članovi formacije Kloštar Ivanić zamijenjeni laporom Kloštar Ivanić. U središnjemu dijelu, kod Galovac-Pavljana prevladava glinoviti lapor, a na bliskoj Narti probušen je čisti lapor. Na sjeveroistoku kod lokaliteta Vis pješčenjak je vezan za mlađi, a kod Cremušine za stariji dio člana.

### 5.2.1. Vertikalni variogrami za pješčenjake Poljana

**Svrha odabira primjera:** Analiza prostorne zavisnosti u sitnozrnastim pješčenjacima, često proslojenim laporima. Usporedba s rezultatima dobivenima unutar krupnoklastičnih sedimentnih stijena člana Mosti, litološki i granulometrijski heterogenijih.

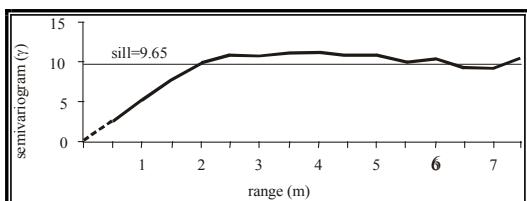
Analizirane su jezgre iz četiriju bušotina smještenih u zapadnome (Rovišće), središnjemu (Galvac-Pavljani) i istočnome (Velika Ciglena) dijelu subdepresije. Lokalitete Pavljani i Rovišće karakterizira dominacija pješčenjaka, dok su jezgrovani intervali kod Velike Ciglene obilježeni nepravilnom izmjenom propusnih i nepropusnih stijena.

Izračunate srednje vrijednosti poroznosti i variogramskih dosega po analiziranim jezgrama i bušotinama prikazane su u **tablici 5.2.**

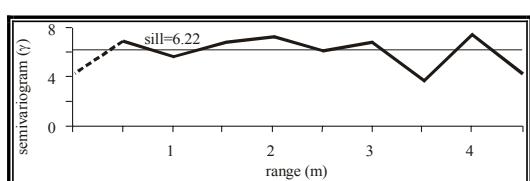
Bušotina	$\phi$ [%]	Korekcija [1-VAR]	$\phi_{kor}$ [%]	Doseg (a) [m]	Korekcija [1-VAR]	$a_{kor}$ [m]
Pav-1	27,17	0,91	24,65	1,72	0,82	1,41
Pav-2 (I+II)	25,23/20,44	0,92/0,82	23,30/16,80	0,45/1,29	0,83/0,41	0,37/0,52
Rov-1	21,43	0,84	17,91	0,42	0,77	0,32
VC-1 (I+II)	12,58/16,39	0,71/0,83	8,95/13,64	0,49/0,27	0,56/0,77	0,27/0,21

**Tablica 5.2:** Vrijednosti poroznosti i dosega u bušotinama s podatcima za pješčenjake Poljana

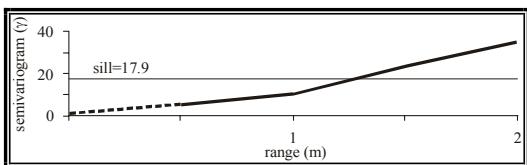
Vidljivo je da se srednje poroznosti dviju skupina bušotina (Rov-1 + Pav-1 / VC-1) razlikuju čak za 5 – 15 %, a variogramski dosezi do pet puta. Razlog je tomu različit litološki sastav te udjel i kontinuiranost pojedinih granulometrijskih frakcija. Načinjeno je šest eksperimentalnih variograma koji su prikazani na **slikama 5.5 – 5.10.**



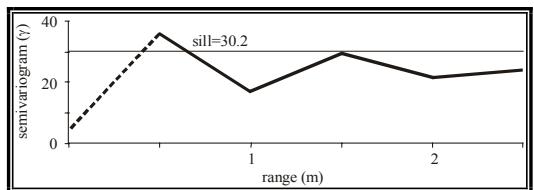
**Slika 5.5:** Vertikalni variogram, bušotina Pav-1, pješčenjaci Poljana



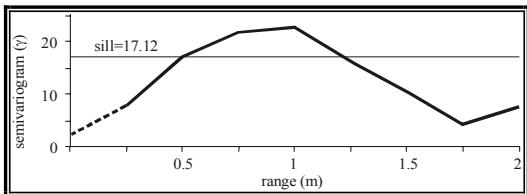
**Slika 5.6:** Vertikalni variogram, bušotina Pav-2 (I. interval), pješčenjaci Poljana



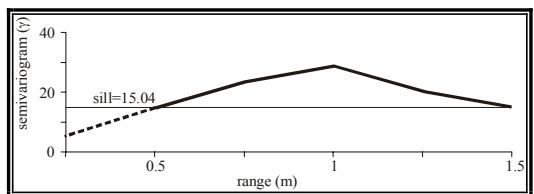
**Slika 5.7:** Vertikalni variogram, bušotina Pav-2 (II. interval), pješčenjaci Poljana



**Slika 5.8:** Vertikalni variogram, bušotina Rov-1, pješčenjaci Poljana



**Slika 5.9:** Vertikalni variogram, bušotina VC-1 (I. interval), pješčenjaci Poljana



**Slika 5.10:** Vertikalni variogram, bušotina VC-1 (II. interval), pješčenjaci Poljana

**Rezultat:** Većina variograma uglavnom pravilno raste do vrijednosti dosega, a oscilacije započinju tek nakon toga (**slika 5.5, 5.6, 5.8, 5.9**). Tri variograma (**slika 5.6, 5.8, 5.10**) imaju dosege odredene u dijelovima gdje je njihovo ponašanje prepostavljeno (iscrtkana krivulja), odnosno osciliranje počinje gotovo već na samome početku krivulje, pa su time i nepouzdaniji za donošenje zaključaka o ponašanju poroznosti. Općenito, dosezi su približno sličnoga iznosa (do 0,5 m), osim u slučajevima bušotina Pav-1 (1,72 m) te dubljega intervala u Pav-2 (1,29 m). Približno slične vrijednosti praga (6,22 – 30,2) te dosega upućuju na veću homogenost granulometrijskoga sastava pješčenjaka Poljana negoli člana Mosti. Na mjestima gdje dominira pješčana komponenta (polje Galovac-Pavljani u središnjem dijelu subdepresije) veličina litoloških mikrojedinica sličnoga granulometrijskoga sastava prelazi 1 metar, a u ostalim dijelovima subdepresije (izmjena lapor/sitnozrnasti pješčenjak) ta veličina nije veća od 0,5 metra.

### 5.2.2. Vertikalni variogrami za pješčenjake Pepelana

**Svrha odabira primjera:** Analiza prostorne zavisnosti u sitnozrnastim pješčenjacima, često proslojenim laporima. Usporedba s rezultatima dobivenima unutar krupnoklastičnih sedimenata člana Mosti, litološki i granulometrijski heterogenijih. Također, usporedba s rezultatima analize sitnozrnastih pješčenjaka Poljana te traženje sličnosti.

U pepelanskim pješčenjacima analizirane su jezgre iz pet bušotina smještenih u zapadnome (Rovišće), središnjemu (Galovac-Pavljani), sjevernemu (Šandrovac) te istočnemu (Velika Ciglena) dijelu subdepresije.

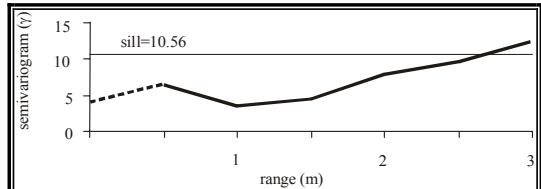
Vrijednosti srednjih poroznosti te dosega i njihove korigirane vrijednosti prikazane su u **tablici 5.3.** Kao i kod poljanskih pješčenjaka razlike u srednjim vrijednostima poroznosti jasno su vidljive između bušotina kod Velike Ciglene i onih na ostalim mjestima. Ta razlika kreće se od 3 pa do više od 15 posto. Razlike u dosezima znatno su manje, maksimalno do tri puta, a njihova prosječna vrijednost iznosi 1,5 metara.

Pepelanski pješčenjaci odlikuju se najvećom homogenošću ulaznih vrijednosti od svih triju analiziranih članova. Red veličine korekcije varijance za poroznost kreće se oko 0,9, a kod dosega ista vrijednost iznosi oko 0,7.

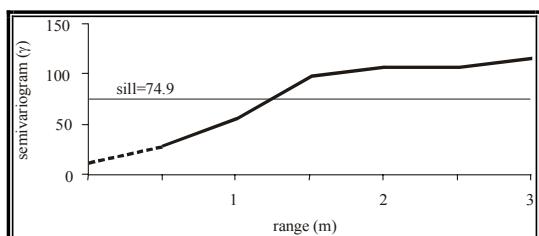
Bušotina	$\phi$ [%]	Korekcija [1-VAR]	$\phi_{kor}$ [%]	Doseg (a) [m]	Korekcija [1-VAR]	$a_{kor}$ [m]
Pav-1	25,03	0,91	22,81	2,67	0,65	1,73
Rov-1	22,54	0,68	15,28	1,23	0,66	0,81
Ša-5 (I+II)	31,15/21,75	0,96/0,73	29,99/15,98	1,25/1,08	0,76/0,73	0,95/0,79
Ša-35	23,15	0,85	19,61	0,69	0,80	0,55
VC-1 (I+II+III)	14,63/15,02 /19,91	0,90/0,96 /0,82	13,14/14,46 /16,40	1,14/0,60 /1,56	0,62/0,71 /0,66	0,70/0,43 /1,03

**Tablica 5.3:** Vrijednosti poroznosti i dosega u bušotinama s podatcima za pješčenjake Pepelana

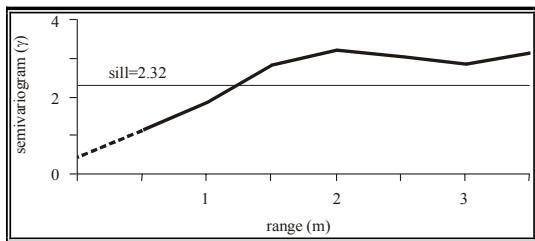
Načinjeno je osam eksperimentalnih variograma koji su prikazani na **slikama 5.11 – 5.18.**



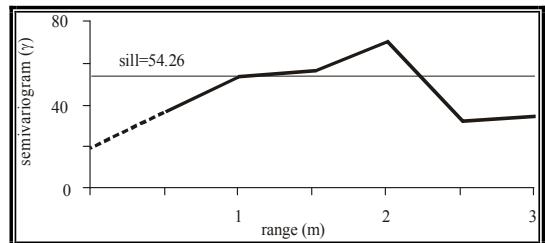
**Slika 5.11:** Vertikalni variogram, bušotina Pav-1, pješčenjaci Pepelana



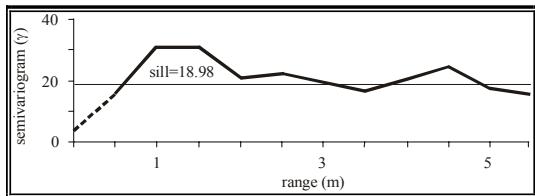
**Slika 5.12:** Vertikalni variogram, bušotina Rov-1, pješčenjaci Pepelana



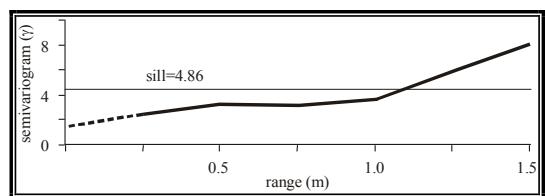
**Slika 5.13:** Vertikalni variogram, bušotina Ša-5 (I. interval), pješčenjaci Pepelana



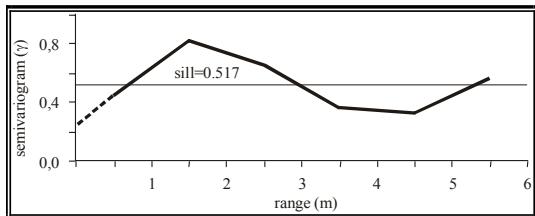
**Slika 5.14:** Vertikalni variogram, bušotina Ša-5 (II. interval), pješčenjaci Pepelana



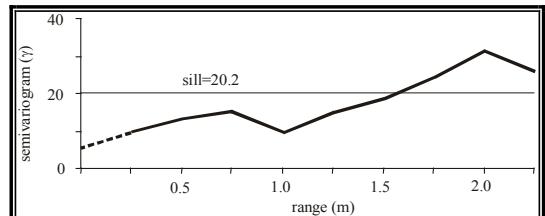
**Slika 5.15:** Vertikalni variogram, bušotina Ša-35, pješčenjaci Pepelana



**Slika 5.16:** Vertikalni variogram, bušotina VC-1 (I. interval), pješčenjaci Pepelana



**Slika 5.17:** Vertikalni variogram, bušotina VC-1 (II. interval), pješčenjaci Pepelana



**Slika 5.18:** Vertikalni variogram, bušotina VC-1 (III. interval), pješčenjaci Pepelana

**Rezultat:** Unutar pješčenjaka Pepelana izračunat je najveći broj semivariogramske krivulje (8). Na gotovo svima zabilježena je pojava pseudoperiodičnosti, odnosno osciliranja nakon postizanja praga (**slike 5.12 – 5.18**). Razlike su u vrijednostima praga velike, tj.  $\gamma = 0,52 - 74,9$ . Velike vrijednosti upućuju na pješčenjake s velikim i nepravilnim udjelima gline i lapora. Uz njih i odstupanja su vrlo različita i kreću se od vrlo malih vrijednosti do gotovo polovice praga. Oba podatka potvrđuju da je heterogenost (varijanca) ulaznih vrijednosti znatno veća nego kod poljanskih pješčenjaka, i to zbog puno češće izmjene pješčenjaka i lapora. No, takvi proslojci malih su (uglavnom centimetarskih) deblijina. Prosječne vrijednosti dosega u pravilu prelaze 1 m, maksimum je izračunat u središnjem dijelu u Pavljanim (2,67 m), a minimum na području Velike Ciglene (0,60 m).

### 5.3. Pregled upotrebe vertikalne variogramske analize u potencijalnim rezervoarskim jedinicama Bjelovarske subdepresije

Analizirane su promjene u poroznosti po vertikali potencijalnih rezervoarskih jedinica unutar litostratigrafskih članova Mosti, Poljana i Pepelana u Bjelovarskoj subdepresiji, ali samo na mjestima gdje je postojao dovoljan broj laboratorijski određenih vrijednosti poroznosti.

Na temelju variogramske analize najveća litološka ujednačenost određena je na lokitetima Velikoj Cigleni i Galovac-Pavljanima. Načinjena analiza primjenjena je za karakterizaciju ležišta unutar Bjelovarske subdepresije na mjestima gdje je postojao dovoljno velik ulazni skup vrijednosti. Korigirane poroznosti najniže su vrijednosti toga parametra koje se mogu očekivati u promatranome ležištu. Korigirani dosezi pokazuju dokle se te vrijednosti mogu ekstrapolirati unutar istoga ležišta.

Unutar člana Mosti izračunata je najveća varijabilnost litologije (interpretirana iz najmanjih vrijednosti dosega). Prosječno najbolje vrijednosti korigirane poroznosti i dosega izračunate su na polju Galovac-Pavljani (7,99 % te 0,64 m).

Pješčenjaci Poljana obilježeni su najmanjim promjenama u sastavu, odnosno slične vrijednosti praga i dosega govore i o većoj homogenosti nego u preostalim dvama članovima, posebno u članu Mosti. Najviše korigirane vrijednosti ponovno su dobivene kod Galovac-Pavljanâ (23,3 % te 0,57 m), a najlošije na bliskoj Velikoj Cigleni (8,95 % te 0,21 m), što je u skladu s litološkim opisima iz dosjea bušotina.

Pješčenjaci Pepelana litološki su neujednačeniji, odnosno proslojci pješčenjaka i lapora u izmjeni tanji su u pepelanskome članu. To je vidljivo iz velikih razlika u vrijednostima praga (0,52 – 74,9) te odstupanjima koja se kreću od zanemarivih do onih koja dosežu polovicu varijance. Prosječne vrijednosti dosega u pravilu prelaze 1 m, maksimum je izračunat u središnjemu dijelu na Pavljanima (2,67 m), a minimum na području Velike Ciglene (0,60 m).



## 6. TEORIJA GEOSTATISTIČKE PROCJENE (KRIGING/KOKRIGING/SIMULACIJE)

Kriging (i sve njegove izvedenice – kokriging i stohastičke simulacije) ubraja se u statističke metode procjene. Zajednički su određene kao najbolji „linearni nepristrani procjenitelji“ (*engl. best linear unbiased estimators – BLUE*). „Najbolji“ (*engl. best*) znači da su izračunati koeficijenti, na temelju kojih se kasnije računa procjena, određeni postupkom minimiziranja varijance kriginga; „linearni“ (*engl. linear*) podrazumijeva da je procjena načinjena linearnom kombinacijom mjerenih vrijednosti (*engl. hard data*); „nepristrani“ (*engl. unbiased*) osigurava da je očekivanje procjene jednako stvarnome očekivanju cijele (moguće) populacije vrijednosti; „procjenitelj“ (*engl. estimator*) označuje metodologiju.

Linearnost procjene (iskazana **formulom 6.1**) znatno pojednostavljuje cijeli postupak. Vrijednosti regionalizirane varijable na odabranoj lokaciji ( $Z_k$ ) procjenjuju se na temelju postojećih okolnih vrijednosti ( $Z_i$ ) kojima je pridružen odgovarajući težinski koeficijent ( $\lambda$ ):

Također podrazumijeva da će vrijednosti  $Z_i$  biti normalno raspodijeljene (Gaussova krivulja). Uvođenje pravila središnjega graničnoga teorema znači da će svaka slučajna varijabla, izražena velikim brojem nezavisnih događaja, postati varijabla s Gaussovom raspodjelom, bez obzira na to kakva je funkcija raspodjele vjerojatnosti (PDF) tih događaja (mjerenja).

$$Z_k = \sum_{i=1}^n \lambda_i \times Z_i \quad (6.1)$$

Težinski koeficijenti kriginga izračunati su sustavom linearnih jednadžbi. Ovdje su prikazani osnovni algebarski izrazi, no čitatelja zainteresiranoga za detalje može se uputiti na odgovarajuću stručnu literaturu, na primjer JOURNEL & HUIJBREGTS (1978), HOHN (1988) ili LIEBOLD et al. (1993).

### 6.1. Glavna svojstva te matrične jednadžbe kriginga

Kriging pruža brojne prednosti pred ostalim interpolacijskim metodama, a upotrebom računala izračun pripadajućih matričnih jednadžbi uvijek je brz, bez obzira na njihove dimenzije. Geostatističke interpolacijske metode gotovo uvijek uspješnije rješavaju procjenu skupova podataka u kojima su kontrolne točke izrazito grupirane.

Također, poznato je kako određene geološke varijable mogu biti u vrlo naglašenoj međusobnoj zavisnosti. Variogramsko modeliranje dopušta nam da neke takve zakonitosti uočimo i uključimo kao povoljne elemente u modeliranje i interpolaciju, na primjer:

1. Pronalaženje osi dominantnoga taložnoga smjera/kanala (smjerova/kanala) te utvrđivanje moguće veze/korelacije rasporeda primarne poroznosti i pružanja kanala.
2. Pronalaženje veze između razdiobe sekundarne poroznosti te osi strukture, tj. smjero-vla stresa.

Naravno, variogramskom analizom ne mora se utvrditi ni jedna od gornjih prepostavki, već se može samo odrediti prostorna zavisnost na analiziranome polju, vezana uz puno složenije ili kombinirane geološke međuodnose.

Proračun težinskih koeficijenata ovisi jedino o udaljenosti kontrolnih točaka koje se nalaze unutar variogramskoga elipsoida prostorne zavisnosti. Posebnost načina kojim se definira ta udaljenost dovodi do pojma koji su neki autori nazvali „statističkom udaljenošću“, upravo zbog metode kojim se ta udaljenost određuje (variogram, kovarijanca ili koreogram).

Variogram služi da utvrdimo važnost ili utjecaj susjednih točaka na procjenu u odabranoj lokaciji. Njime se računa stupanj autokorelacije mjerena podataka promatrane varijable.

Naravno, i geostatističke metode imaju svoje nedostatke te je potrebno definirati granične uvjete kada te metode ne predstavljaju poboljšanje, pa čak daju i lošiju („netočniju“) procjenu od drugih, jednostavnijih interpolacijskih metoda. Ta je granica približno određena na 10 ulaznih vrijednosti, jer svaki skup manji od toga čini izotropno variogramsko modeliranje praktično nemogućim, a time i kasniji postupak nevaljanim. Kod jako anizotropnih skupova podataka minimalan broj točaka za primjenu geostatistike penje se na približno 15. Poželjno je kod skupova s malim brojem podataka izbor između geostatističkih i ostalih metoda (npr. inverzne udaljenosti) načiniti na temelju rezultata krosvalidacije.

Postupak kriginga moguće je napisati u obliku umnoška matričnih jednadžbi. Unutar dviju od tih matrica vrijednosti su izražene vrijednošću variograma ili kovarijance, odnosno ovise o udaljenosti uspoređenih lokacija. Treća matica sadržava težinske koeficijente koji se računaju iz prvih dviju spomenutih matrica. Matrična jednadžba simbolično se piše u obliku:

$$[W] \times [\lambda] = [B] \quad (6.2)$$

Metoda kriginga obuhvaća brojne tehnike koje se razlikuju po obliku matričnih jednadžbi, odnosno prema području i vrsti podataka na koje se primjenjuju. To su:

- jednostavni kriging (*engl. Simple Kriging*)
- obični kriging (*engl. Ordinary Kriging*)
- indikatorski kriging (*engl. Indicator Kriging*)
- univerzalni kriging (*engl. Universal Kriging*) i
- disjunktivni kriging (*engl. Disjunctive Kriging*).

Prve dvije tehnike najčešće se primjenjuju i opisane su u dalnjem tekstu.

### 6.1.1. Jednostavni kriging

Jednostavni kriging (*engl. Simple Kriging*), kako mu naziv govori, najjednostavniji je oblik metode. Matrična jednadžba glasi:

$$\begin{bmatrix} \gamma(Z_1 - Z_1) & \gamma(Z_1 - Z_2) & \dots & \gamma(Z_1 - Z_n) \\ \gamma(Z_2 - Z_1) & \gamma(Z_2 - Z_2) & \dots & \gamma(Z_2 - Z_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma(Z_n - Z_1) & \gamma(Z_n - Z_2) & \dots & \gamma(Z_n - Z_n) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(x_1 - x) \\ \gamma(x_2 - x) \\ \vdots \\ \gamma(x_n - x) \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

Ta tehnika osnova je za ostale vrste kriginga, ali ne zadovoljava uvjet nepristrane procjene (*engl. unbiased estimation*). Sve ostale tehnike kriginga imaju dodan neki „faktor ograničenja“ unutar jednadžbi (*engl. constraint*), čime je u potpunosti zadovoljen uvjet jednadžbi kriginga nazvan BLUE (*engl. best linear unbiased estimator*).

### 6.1.2. Obični kriging

U tehnici običnoga kriginga (*engl. Ordinary Kriging*) dodan je vanjski parametar, nazvan Lagrangeov faktor ( $\mu$ ), kojim se minimizira iznos varijance kriginga. Takva matrična jednadžba glasi:

$$\begin{bmatrix} \gamma(Z_1 - Z_1) & \gamma(Z_1 - Z_2) & \dots & \gamma(Z_1 - Z_n) & 1 \\ \gamma(Z_2 - Z_1) & \gamma(Z_2 - Z_2) & \dots & \gamma(Z_2 - Z_n) & 1 \\ & & & & 1 \\ \gamma(Z_n - Z_1) & \gamma(Z_n - Z_2) & \dots & \gamma(Z_n - Z_n) & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(x_1 - x) \\ \gamma(x_2 - x) \\ \vdots \\ \gamma(x_n - x) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

Zbog spomenute veze variograma i kovarijance moguće je prethodnu matričnu jednadžbu izraziti i kovarijancama kao:

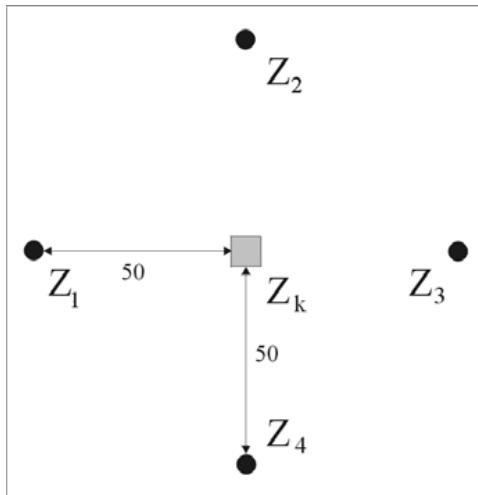
$$\begin{bmatrix} C(Z_1, Z_1) & C(Z_1, Z_2) & \dots & C(Z_1, Z_n) & 1 \\ C(Z_2, Z_1) & \dots & \dots & \dots & 1 \\ C(Z_n, Z_1) & \dots & C(Z_n, Z_n) & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C(Z_1, Z_k) \\ C(Z_2, Z_k) \\ \vdots \\ C(Z_n, Z_k) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

Modifikacija kriginga nije ograničena samo na dodavanje linearnih faktora poput Lagrangeova. Moguće je istovremeno dodati više ograničavajućih faktora koji mogu biti i nelinearnoga tipa (*engl. non-linear constraints*), a tako se izvode i određene tehnike kokriginga.

## 6.2. Primjeri izračuna matrica kriginga

Preuzeto je nekoliko vrlo slikovitih primjera (HOHN, 1988) kojima je objašnjen način izračuna matrica kriginga. Na jednostavan način prikazano je kako raspored i udaljenost kontrolnih točaka utječu na procjenu novih vrijednosti. Zato se kriging smatra najboljom metodom interpolacije glede uvažavanja rasporeda podataka u prostoru (1D, 2D ili 3D). Prikazani su slučajevi s tri rasporeda skupa od četiri kontrolne točke i s točkom u središtu okonturenoga područja u kojoj se računa procjena.

### 6.2.1. Pravilan raspored kontrolnih točaka



**Slika 6.1:** Pravilan raspored kontrolnih točaka

Kontrolne točke pravilno su razmještene, na jednakoj udaljenosti od točke procjene (**slika 6.1**), a različiti uvjeti procjene opisani su u **potpoglavljima 6.2.2. i 6.2.3.**

### 6.2.2. Model bez odstupanja

Zamišljeni variogramski model ima sljedeće parametre:

- a) eksperimentalna krivulja aproksimirana je sfernim modelom
- b) prag modela (*engl. sill*) jest 1
- c) doseg modela (*engl. range*) jest 200
- d) odstupanje modela (*engl. nugget effect*) jest 0, odnosno ne postoji.

Matrice kovarijance imaju sljedeće vrijednosti (izračunate iz **slike 6.1**):

$$[W] = \begin{bmatrix} 1,0 & 0,49 & 0,49 & 0,31 & 1,0 \\ 0,49 & 1,0 & 0,31 & 0,49 & 1,0 \\ 0,49 & 0,31 & 1,0 & 0,49 & 1,0 \\ 0,31 & 0,49 & 0,49 & 1,0 & 1,0 \\ 1,0 & 1,0 & 1,0 & 1,0 & 0,0 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 0,63 \\ 0,63 \\ 0,63 \\ 0,63 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} 0,25 \\ 0,25 \\ 0,25 \\ 0,25 \\ 0,06 \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

Matrice W i B pomnožene upotrebom Lagrangeova parametra s vrijednošću 0,6 (tehnika je obični kriging) daju sljedeći umnožak odnosno težinske koeficijente ( $\lambda$ ) koji su prikazani u **tablici 6.1:**

Odstupanje = 0					
$C(Z_i - Z_j)$ [W]				$C(Z_k - Z_i)$ [B]	$(\lambda_i)$
1,00	0,49	0,49	0,31	0,63	0,25
0,49	1,00	0,31	0,49	0,63	0,25
0,49	0,31	1,00	0,49	0,63	0,25
0,31	0,49	0,49	1,00	0,63	0,25
(varijanca kriginga) $\sigma^2_k = 0,326$					

**Tablica 6.1:** Pravilan raspored, model bez odstupanja

### 6.2.3. Model s odstupanjem

Određen je variogramski model sa sljedećim parametrima:

- a) eksperimentalna krivulja aproksimirana je sfernim modelom;
- b) prag modela jest 1
- c) doseg modela jest 150
- d) odstupanje modela (*engl. nugget effect*) jest 0,25.

Odstupanje = 0,25					
$C(Z_i-Z_j)$ [W]				$C(Z_k-Z_i)$ [B]	$(\lambda_i)$
1,00	0,37	0,37	0,37	0,47	0,25
0,37	1,00	0,37	0,37	0,47	0,25
0,37	0,37	1,00	0,37	0,47	0,25
0,37	0,37	0,37	1,00	0,47	0,25
$\sigma^2_k = 0,54$					

**Tablica 6.2:** Pravilan raspored, odstupanje = 0,25

Težinski koeficijenti ponovno su jednakih vrijednosti (0,25). Razlog su tomu jednake udaljenosti kontrolnih točaka kao u primjeru 1, no postojanje efekta odstupanja uzrokovalo je porast varijance kriginga (**tablica 6.2**), odnosno procjena je nesigurnija.

#### 6.2.4. Anizotropni model

Određen je variogramski model sa sljedećim parametrima:

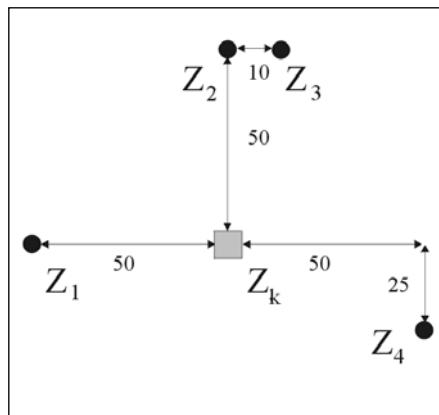
- a) eksperimentalna krivulja aproksimirana je sfernim modelom;
- b) prag modela jest 1
- c) doseg modela jest 200
- d) odstupanje modela jest 0
- e) anizotropija je 1,5 (pravcem istok-zapad).

Veći težinski koeficijenti dodijeljeni su kontrolnim točkama smještenima na pravcu pružanja I-Z, odnosno u anizotropnom modelu takve kontrolne točke više utječu na procjenu (**tablica 6.3**).

Odstupanje = 0,25; anizotropija = 1,5					
$C(Z_i-Z_j)$ [W]				$C(Z_k-Z_i)$ [B]	$(\lambda_i)$
1,00	0,37	0,37	0,09	0,63	0,37
0,37	1,00	0,31	0,37	0,46	0,13
0,37	0,31	1,00	0,37	0,46	0,13
0,09	0,37	0,37	1,00	0,63	0,37
$\sigma^2_k = 0,54$					

**Tablica 6.3:** Pravilan raspored, odstupanje = 0,25, anizotropija = 1,5

### 6.2.5. Nepravilan raspored kontrolnih točaka



**Slika 6.2:** Nepravilan raspored kontrolnih točaka

Određen je variogramski model sa sljedećim parametrima:

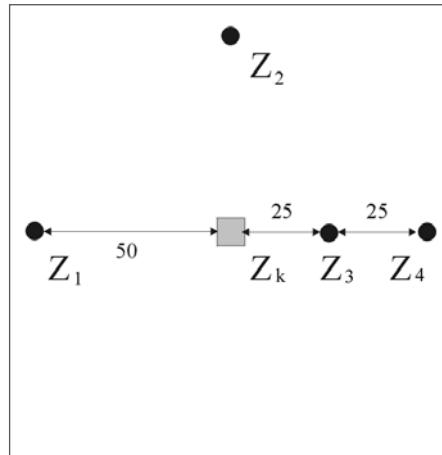
- eksperimentalna krivulja aproksimirana je sfernim modelom
- prag modela iznosi 1
- doseg modela iznosi 200
- odstupanja modela iznose (redom): 0; 0,25; 0,75; 1,00.

Koeficijenti uz bliske kontrolne točke ( $\lambda_2$  i  $\lambda_3$ ) niži su od onih uz udaljenije točke ( $\lambda_1$  i  $\lambda_4$ ), posebno kada je odstupanje manje. Veće odstupanje neutralizira razliku u udaljenostima i rasporedu kontrolnih točaka, odnosno smanjuje utjecaj matrica kriginga, a procjena je porastom dosega sve više zamijenjena srednjom vrijednošću ulaznih podataka (**tablica 6.4**). U ekstremnom slučaju, kada je odstupanje jednako pragu, svi težinski koeficijenti imaju jednaku vrijednost (0,25). Prostorna međuzavisnost ne postoji, najmanja pogreška dobivena je upotrebom aritmetičke srednje vrijednosti, a varijanca kriginga jest maksimalna.

Odstupanje	0,00	0,25	0,75	1,00
Prag	1,00	0,75	0,25	0,00
$\lambda_1$	0,35	0,31	0,27	0,25
$\lambda_2$	0,13	0,18	0,23	0,25
$\lambda_3$	0,19	0,19	0,23	0,25
$\lambda_4$	0,34	0,32	0,27	0,25
$\sigma^2_k$	0,349	0,580	1,03	1,25

**Tablica 6.4:** Vrijednosti težinskih koeficijenata i varijance

### 6.2.6. Izražena anizotropija – većina točaka na preferiranome pravcu



**Slika 6.3:** Raspored na preferiranome pravcu

$\lambda_1$	0,278
$\lambda_2$	0,135
$\lambda_3$	0,629
$\lambda_4$	-0,042
$\sigma_k^2$	0,244

**Tablica 6.5:** Vrijednosti težinskih koeficijenata i varijance

Tri kontrolne točke leže na istome pravcu na kojemu je smještena i točka čija se vrijednost procjenjuje ( $Z_k$ ). Kao i u prošlome primjeru, ponovno su veći težinski koeficijenti izračunati za točke na glavnoj osi anizotropije. Glede težinskih koeficijenata treba spomenuti dvije stvari:

1. Oni mogu biti i negativni;
2. Vrijedi uvjet  $\sum \lambda = 1$ .

### 6.3. Kokriging

Kokriging, poput kriginga, također obuhvaća nekoliko tehniki procjene u pravilu identičnih tehnikama kriginga (jednostavni kokriging, obični kokriging...). Uvjet za primjenu kokriginga jest

uvodenje sekundarne varijable koja je: (a) u smislenoj fizikalnoj vezi s primarnom varijablom, (b) puno brojnija, (c) snažno korelirana s primarnom varijablom. Specifičnost metode kokriginga jest postojanje tzv. kolokacijskoga kokriginga, odnosno formiranje dviju skupina istovrsnih matričnih jednadžbi po njihovim veličinama, po jedna skupina za primarnu i sekundarnu varijablu.

$$z_C = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot z_i + \sum_{j=1}^m \chi_j \cdot s_j \quad (6.9)$$

gdje je:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot z_i \quad - \text{identično izrazima } \mathbf{6.3 - 6.5}$$

$$\sum_{j=1}^m \chi_j \cdot s_j \quad - \text{identično izrazima } \mathbf{6.3 - 6.5}, \text{ a primijenjeno na sekundarnu varijablu}$$

## 6.4. Stohastičke simulacije

Stohastičke simulacije zaseban su geostatistički alat, drugačije osnove i namjene od interpolacijskih metoda. Ovdje su opisane uvjetne sekvencijske Gaussove simulacije, kao jedan od najčešćih alata u naftogeološkoj praksi. Prikaz je sažet iz knjiga koje su objavili DUBRULE (1998) te KELKAR & PEREZ (2002).

### 6.4.1. Transformacija ulaznih podataka

1. Osnovni uvjet da bi se upotrijebile sekvencijske Gaussove simulacije jest taj da su ulazni podatci karakterizirani (barem približno) normalnom ili Gaussovom razdiobom.

2. Ulazna razdioba najčešće ne odgovara normalnoj te se ti podatci transformiraju (postoji nekoliko tehnika).

3. Tako transformirani podatci imaju normalnu razdiobu, a time i njezina svojstva (poznato očekivanje i standardna devijacija –  $\mu, \sigma^2$ ).

### 6.4.2. Postupci s ulaznim podatcima i dobivanje nultoga (determinističkoga) rješenja

1. Postojeća mjerena (točkasti podatci iz bušotina) zadržavaju konstantne vrijednosti prilikom svake realizacije, odnosno takve vrijednosti smatraju se „čvrstim podatcima“ (*engl. hard data*). To je razlog zašto se takva vrsta simulacije naziva uvjetnom simulacijom (*engl. conditional simulation*), što treba razlikovati od bezuvjetnih simulacija (*engl. unconditional simulation*), čije je osnovno svojstvo da se postojeća mjerena ne zadržavaju kao konstanta kod pojedinačnih realizacija.

2. Izrađuje se variogramski model kao ulaz za izvođenje kriginga (interpolacija). U tome slučaju takva karta interpolirana krigingom naziva se „nultim rješenjem“.

3. „Nulto rješenje“ kriginga jest determinističko, jer uz jednak variogramski model daje uvijek jednaku kartu/procjenu kao izlaz. U takvu determinističkome rješenju poznati su:

- a) srednja vrijednost (očekivanje) podataka u mreži ( $\mu$ )
  - b) varijanca kriginga ( $\sigma_K$ )
  - c) granice u kojima se vrijednosti mogu simulirati (postavljene iz odnosa očekivanja i variancije)
  - d) takva granica najčešće iznosi tri standardne devijacije ( $\pm 3\sigma$ ) oko očekivanja ( $\mu$ ). U tome slučaju uzorkovani interval obuhvatit će 99 % svih mogućih procjena.
4. Sada je moguće vrijednosti svih ostalih celija u mreži (u kojima ne postoje mjerena) simulirati sekvencijskim Gaussovim simulacijama.

#### 6.4.3. Simulacija

Podatci su, najčešće nakon transformacije, definirani svojstvima normalne razdiobe –  $N(\mu, \sigma)$ . Procjena se radi u točkama u kojima ne postoje vrijednosti.

Slučajnim odabirom dobiva se jedna od takvih točaka (1. uvođenje slučajnosti odnosno stohastike).

U toj se točki procjenjuje njezina vrijednost (najčešće krigingom) iz okolnih točaka smještenih unutar prostornoga modela. Pri tomu se u obzir jednakom uzmaju i mjerene i ranije (u prijašnjim koracima) simulirane točke.

Nakon što se u odabranoj točki procijeni njezina vrijednost, oko nje se postavi interval širine  $\pm 3\sigma$  (varijanca je određena u nultome rješenju).

Slučajnim izborom (2. uvođenje slučajnosti odnosno stohastike) uzima se bilo koja vrijednost iz intervala  $\mu \pm 3\sigma$  te postaje simulirana vrijednost te točke. Takav postupak ponavlja se dok nisu simulirane vrijednosti svih točaka gdje nije postojalo mjereno. Time je načinjena jedna realizacija iz ukupnog skupa svih realizacija predviđenih u simulaciji.

#### 6.4.4. Dobivanje niza realizacija

Svrha izvođenja simulacija nije dobivanje jednoga rješenja, niti je moguće samo jednu realizaciju izdvojiti kao najbolju po bilo kojemu kriteriju. Jasnim kriterijima i odgovarajućim alatima može se odabrati „najprimjerenija“ realizacija s obzirom na model u koji se ona uvodi.

Veći broj realizacija unutar jedne simulacije osigurat će dovoljan broj rješenja da bi bila obuhvaćena praktično sva moguća stohastika, odnosno da je približno svugdje (u svakoj celiji) uzorkovan dovoljan broj vrijednosti za konstrukciju pouzdane funkcije gustoće vjerojatnosti (*engl. probability distribution function – PDF*). Naravno, „dovoljan broj“ realizacija ne uključuje izvođenje stotina ili tisuća takvih rješenja, ponajprije zbog golemoga utroška vremena koji bi to zahtijevalo.

Prihvaćeno je mišljenje da je 100 realizacija po simulaciji dovoljan broj rješenja unutar kojih je uključen reprezentativni dio stohastike. Označivanje realizacija provodi se oznakom P (skr. od *engl. probability* – vjerojatnost) iza koje slijedi postotna vrijednost rješenja koja preostaju manja od onoga označenoga s P. Pri tome „manja“ znači da su manja po vrijednosti kartirane varijable, npr. po srednjoj poroznosti, ukupnoj poroznosti, ukupnom volumenu i sl. Tako P10 označava realizaciju od koje 10 % ukupnih realizacija sadržava manji rezultat od rješenja označenoga kao P10.

Ovisno o tome koja se realizacija odabire, vjerojatnost da ta karta zaista predstavlja označenu realizaciju na funkciji gustoće vjerojatnosti kreće se između 30 i 50 posto. Tako za realizaciju P50 ta vjerojatnost iznosi 30 %, za P25 vjerojatnost je 36 %, a za P10 vjerojatnost je 50 posto. Te vjerojatnosti vrijede za skup od 100 realizacija. Koliko god tolerancija (odnosno pogreška) izgledala velika, taj je broj prihvaćeni standard za većinu simuliranih varijabli, jer širina te tolerancije nije pretjerana (odnosno interval u kojem se može odabrati npr.  $P = 10$ ) i pogreška se kreće u rasponu od nekoliko postotaka na krivulji PDF-a.

Izvođenje svake nove realizacije podrazumijeva:

1. Da je redoslijed simulacijskih točaka određen potpuno slučajno, odnosno ne postoji karakterističan uzorak odabira.
2. Posljedica je da će se na lokacijski istovrsnoj točki u različitim realizacijama razlikovati broj točaka s vrijednostima unutar variogramskoga elipsoida.

#### **6.4.5. Prednosti i nedostaci sekvenčkih Gaussovih simulacija**

Glavna prednost sekvenčkih Gaussovih simulacija (skr. SGS) jest mogućnost procjene vrijednosti u svim točkama odabrane mreže, i to nizom realizacija. Uz to, kako ulazni podatci imaju normalnu razdiobu, po istome pravilu raspodijeljene su pogreške svih simuliranih točaka.

Drugi primarni cilj sekvenčkih Gaussovih simulacija jest dobivanje histograma (odnosno razdiobe) simulirane varijable. Njezina razdioba iz simulacija znatno točnije odražava ponašanje varijable nego histogram konstruiran iz ograničenoga broja ulaznih točkastih vrijednosti. Za usporedbu, simulacijom na modelu 50x50 ćelija uz 100 realizacija dobiva se 250 000 izlaznih vrijednosti koje se mogu prikazati histogramom, a ulazni skup može sadržavati npr. samo 10 – 20 mjerenih vrijednosti (npr. poroznosti)!

Nedostatak je što se simulirane vrijednosti mogu bitno razlikovati čak i na susjednim lokacijama. To zapravo i nije pravi nedostatak, već posljedica matematičkih pravila kojima je opisana stohastika i možda u nekim situacijama (kod relativno velikih ćelija) čak i bolje opisuje podzemlje nego interpolacija. Za razliku od interpolacije, kod simulacija nema smisla izdvajati pojedinačno rješenje kao reprezentativno, nego se rezultat treba izraziti nizom realizacija odabranih s krivulje vjerojatnosti (npr. realizacije na P5, P25, P50, P75, P95).

### **6.5. Metoda inverzne udaljenosti**

Jedna od najčešćih matematički jednostavnijih interpolacijskih metoda, primijenjena često i kao alternativa geostatističkim postupcima, metoda je inverzne udaljenosti (*engl. inverse distance*

*weighting*). Naravno, tu je i obilje drugih metoda poput linearne regresije, najbližega susjedstva (*engl. nearest neighborhood*), najbliže točke (*engl. closest point*), otežane srednje vrijednosti (*engl. weighted average*), pokretnе sredine (*engl. moving average*) te drugih.

Metoda inverzne udaljenosti vrlo je uspješna interpolacijska metoda ako kontrolne točke nisu izrazito grupirane. Vrijednosti u odabranim točkama procjenjuju se na temelju jednostavnoga matematičkoga izraza:

$$z_{IU} = \frac{\frac{z_1}{d_1^p} + \frac{z_2}{d_2^p} + \dots + \frac{z_n}{d_n^p}}{\frac{1}{d_1^p} + \frac{1}{d_2^p} + \dots + \frac{1}{d_n^p}} \quad (6.10)$$

gdje je:

- $z_{IU}$  - procijenjena vrijednost
- $d_1, \dots, d_n$  - udaljenosti lokacija 1...n od mjesta procjene  $z_{IU}$
- p - eksponent udaljenosti
- $z_1, \dots, z_n$  - mjerene vrijednosti na lokacijama 1...n

Utjecaj svake točke obratno je proporcionalan njezinoj udaljenosti od lokacije na kojoj se procjenjuje vrijednost. Broj točaka uključenih u procjenu određen je polumjerom kružnice postavljene oko spomenute lokacije. Rezultat metode velikim dijelom ovisi o vrijednosti eksponenta udaljenosti, a koja se najčešće postavlja na 2, jer je time oblik karte, odnosno zaobljavanje linija, najjednostavnije. Postoje i druge vrijednosti eksponenta dokazane u praksi. Tako su na primjer GOTWAY et al. (1996) predložili inverzan odnos eksponenta varijacije i koeficijenta varijacije.

## 7. PRIMJERI INTERPOLACIJE I SIMULACIJE GEOSTATISTIKOM

Sadržaj ovoga poglavlja obuhvaća nekoliko karata interpoliranih geostatističkim metodama te metodom inverzne udaljenosti, njihovu usporedbu i kvantifikaciju pogreške na svakoj od njih upotreboom krosvalidacije. Razlike u kvaliteti interpolacije proizlaze iz broja ulaznih vrijednosti i kvalitete variogramskoga modela.

Odarbani su primjeri karata poroznosti načinjenih za različite litofacijese u poljima dubokoga dijela Dravske depresije, u Molvama, Kalinovcu, Starome Gradcu te u polju Beničanci smještenome u istočnome dijelu te depresije.

Litološki sastav ležišnih stijena u spomenutim poljima nešto je drugačiji, posebno kada se uspoređuju polja u zapadnome dijelu Dravske depresije te polje Beničanci.

U istočnome dijelu Dravske depresije, u naftnome polju Beničanci, ležište je smješteno u krupnoklastičnim sedimentima (uglavnom brečama i brečokonglomeratima) litostratigrafske jedinice člana Mosti badenske starosti. Na temelju interpretacije seizmike, s obzirom na petrofizikalna svojstva, može se smatrati da ležište obuhvaća interval koji započinje 20 metara od krovine člana Mosti te se pruža do njegove podine paleozojske starosti.

Litostratigrafija ležišta triju polja u zapadnome dijelu Dravske depresije puno je raznovrsnija. Postoje četiri ležišna litofacijesa koji su lateralno vrlo slični, uz manje razlike ovisno o promatranome polju. Najdublji i najstariji litofacijes (nazvan i litofacijesom IV ili litofacijesom dijaftorita) sastoji se od različitih metamorfnih i magmatskih stijena, uglavnom dijaftorita i vulkanita. Slijedi litofacijes III (ili litofacijes klastita) koji sadržava klastite permske i trijaske starosti s dominantnim metapješčenjacima i kvarcitim te manje zastupljenim dolomitima, dolomitnim brečama, slejtovima, a na sjeveroistoku Staroga Gradca i vulkanitima. Litofacijes II (litofacijes dolomita) uglavnom je sastavljen od različitih dolomita i dolomitnih breča, šejlova i mjestimičnih prodora piroklastita i dijabaza. Litofacijes I vrlo je raznoliko određen – na polju Molve litofacijesom vapnenaca, na Kalinovcu litofacijesom breča, a na Starome Gradcu litofacijesom klastita. Starost mu je donjomiocenska i srednjomiocenska, odnosno badenska. Na Molvama i Kalinovcu to su vapnenački klastiti s kalcitnim vezivom, uz nešto konglomerata i pješčenjaka, a slijed završava biokalkarenitima i biokalkruditim. Na Starome Gradcu to su različite breče, konglomerati i krupnozrnasti pješčenjaci.

Uz tako raznoliku litologiju u zapadnome dijelu Dravske depresije na interpolaciju su utjecale i granice polja određenih poligonima te je potrebno spomenuti i nekoliko činjenica povezanih s njima.

Prva objavljena geostatistička interpolacija poroznosti načinjena je za polje Stari Gradac (MALVIĆ & ĐUREKOVIĆ, 2003). U prvome koraku interpolacijski poligon smanjen je u odnosu na granice polja. Takav poligon smanjen je s obzirom na položaje rubnih bušotina (Stg-1Z, 2 te Bny-6) u smjerovima SZ i JI, jer se poligon upotrijebio za izračun rezervi ugljikovodika variranjem poroznosti. U sljedećemu koraku interpolacija krigingom ekstrapolirana je do granica primarnoga poligona te su ponovno izračunate rezerve i uspoređene su s prethodnim rješenjima po litofacijesima, no taj primjer nije svrstan u ovaj tekst.

U polju Molve interpolacijski poligon i rasjedi koji presijecaju ležište kartirani su po litofacijesima i odgovaraju prostiranju litofacijesa i ležišta ukupno.

Obilježje je polja Mlove da je litofacijes I (vapnenci) na vršnome dijelu strukture erodiran, odnosno da dijelom nedostaje. U malo manjemu obujmu to je opaženo i kod litofacijesa II (dolomit). U polju Mlove analizu vrijednosti poroznosti i propusnosti detaljno su prikazali BABIĆ PUNTAREC et al. (Fond stručne dokumentacije, 1999). U geostatističkome kartiranju poroznosti te diskordancije nisu bile problem, jer su iste površine dobro prekrivene s nekoliko bušotina u kojima (naravno) nije bilo mjerena (vrijednost 0) pa je takva zona i kartirana linijom 0-te vrijednosti.

U polju Kalinovac raspored rasjeda kojim je polje podijeljeno na dvije hidrodinamske jedinice te oblik poligona polja (kontakta plin/voda) napravljeni su prema polažaju rasjeda i poligona zabilježenim u litofacijesu I (breče).

## 7.1. Primjer usporedbe karata dobivenih metodama inverzne udaljenosti i kriginga

**Svrha odabira primjera:** Kartiranje istih ulaznih podataka različitim metodama.

Jedna je metoda inverzne udaljenosti, druga geostatistička metoda običnoga kriginga. Usporedba karata interpoliranih krigingom uz upotrebu različitih variogramskih modela. Usporedba kriginga i inverzne udaljenosti krosvalidacijom.

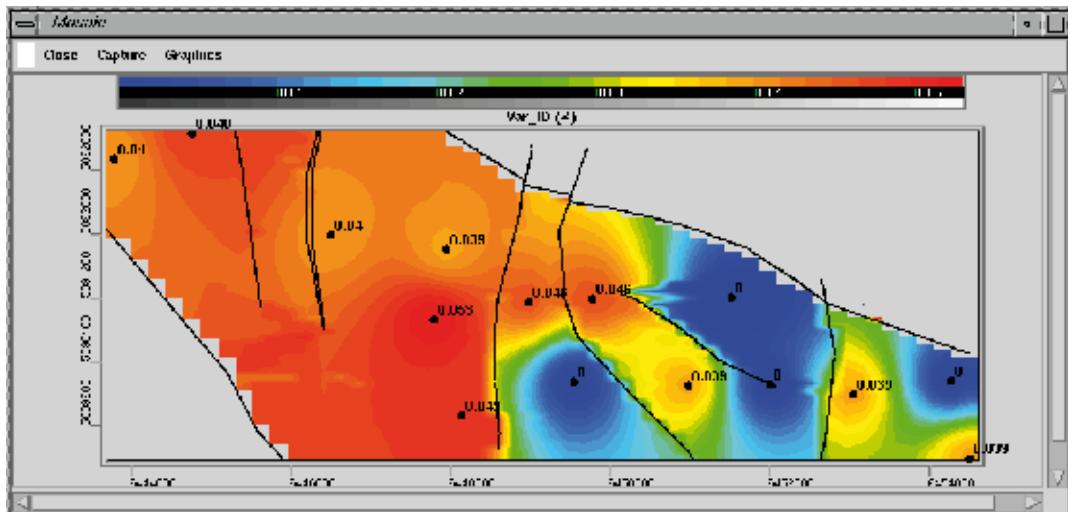
Broj podataka (bušotina) na polju može biti malen. Pod tim se misli na skup ulaznih vrijednosti koji ne premašuje 15 podataka. Ako su isti podatci grupirani, konstrukcija eksperimentalnoga variograma može biti teška, čak i nemoguća. U takvim slučajevima primjena geostatistike može biti neprimjerena, odnosno bolje rješenje postiže se primjenom jednostavnijih metoda, poput inverzne udaljenosti.

Način testiranja te odabira između metoda inverzne udaljenosti i kriginga te izbor pouzdanijega variogramskoga modela za kriging prikazan je na primjeru kartiranja ležišta klastita, određenoga i kao litofacijes I (član Mosti, badenske starosti) u polju Stari Gradac (MALVIĆ & ĐUREKOVIĆ, 2003). U starijem dijelu toga dijela ležišta radi se o badenskim brečama i konglomeratima čije su ishodišne stijene gornjotrijaske starosti. U mlademu dijelu člana to su uglavnom badenski krupnozrnasti pješčenjaci.

Karta dobivena metodom inverzne udaljenosti prikazana je na **slici 7.1.** Pripadajuća srednja kvadratna pogreška te karte iznosi  $MSE_{IU} = 5,28$  (rezultat krosvalidacije).

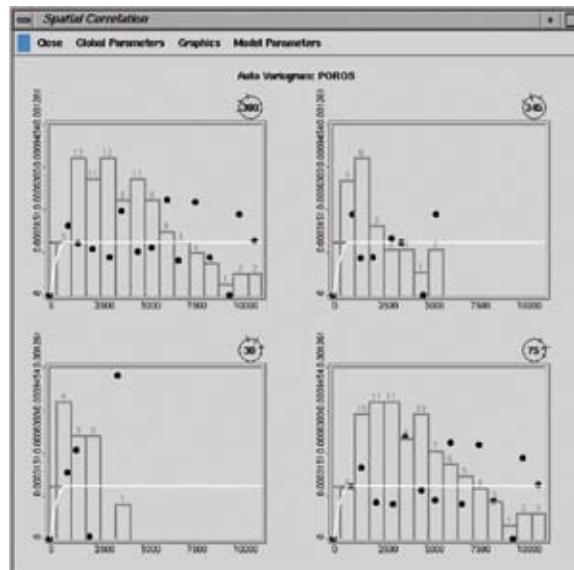
U sljedećem koraku načinjen je variogramski model s kutnom tolerancijom od  $45^\circ$ . Osi anizotropije prate strukturu polja. Glavna os pruža se pravcem  $120^\circ - 300^\circ$ , a sporedna pravcem  $30^\circ - 210^\circ$ .

Načinjena su dva variogramska modela (**slike 7.2 i 7.3**) te za svaki kriging rješenje i izračun vrijednosti krosvalidacije.



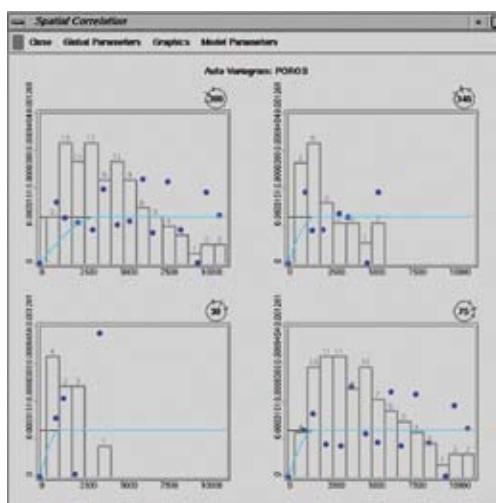
**Slika 7.1:** Raspodjela poroznosti, inverzna udaljenost, Stari Gradac – litofacijes I

Variogramski model 1 izotropan je, jer je strogo poštovano pravilo da prvo presijecanje variogramskoga praga eksperimentalnom krivuljom znači prestanak prostorne zavisnosti. Na taj način nije uzet u obzir različit broj parova podataka po klasama, kao ni slučajne oscilacije.



**Slika 7.2:** Variogramski model 1, izotropan, Stari Gradac – litofacijes I  
(iz: MALVIĆ & ĐUREKOVIĆ, 2003)

Variogramski model 2 anizotropan je s dosegom na glavnoj osi 3500 metara. Eksperimentalni variogram temeljio se na dovoljnome broju parova podataka (8 i više u području prije i netom nakon dosezanja praga). Prijelaz prema pragu nije postupan, već osciliranje počinje prije njega. Takva pojava nije rijetkost u računanju usmjerenih variograma, ali u stvarnosti nije realno očekivati pojavu osciliranja već na samome početku variogramske krivulje (kako je to objašnjeno i u poglavlju 4.), jer i u vrlo heterogenim prostorima postoji određena zavisnost. Zato je takva pojava pripisana nesigurnostima i eliminirana odabriom sfernoga teorijskoga modela. Traženje prostorne zavisnosti u smjeru sporedne osi bilo je puno teže zbog premalo podataka. Time je interpretacija prešla u područje subjektivnoga (procjena interpretatora), a doseg je određen na 1200 metara.

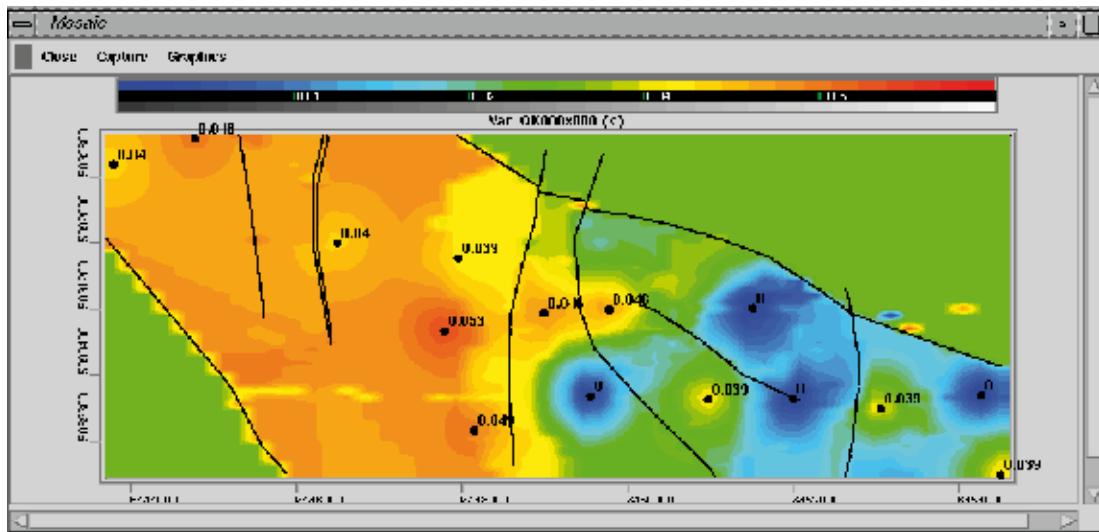


**Slika 7.3:** Variogramski model 2, anizotropan, Stari Gradac – litofacijes I  
(iz: MALVIĆ & ĐUREKOVIĆ, 2003)

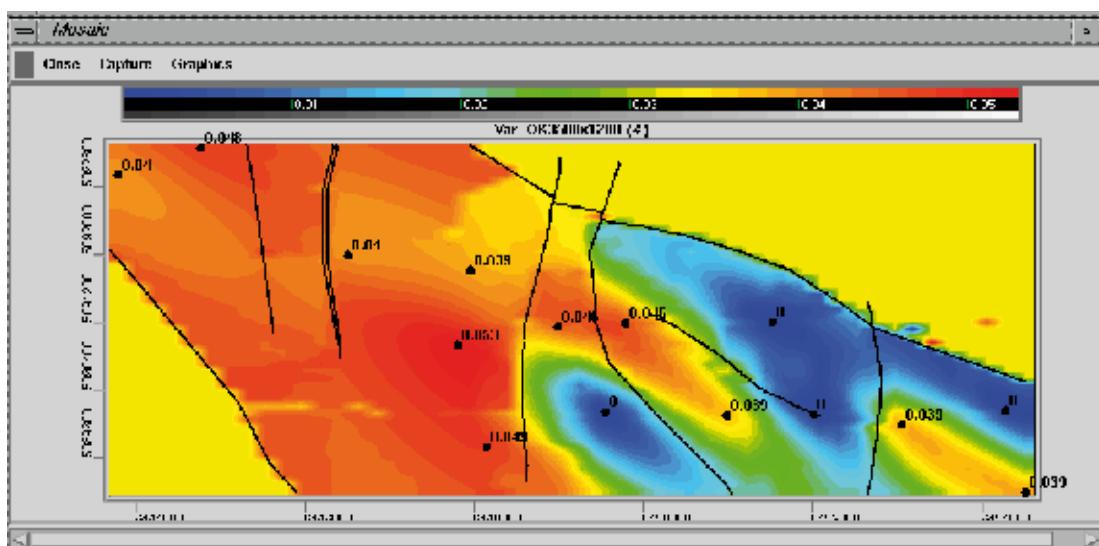
Oba variogramska modela upotrijebljena su za kartiranje običnim krigingom. Geostatistička karta dobivena modelom 1 prikazana je na **slici 7.4**. Srednja kvadratna pogrješka krosvalidacije iznosi  $MSE_{MODEL1} = 4,19$ .

Upotreboom variogramskoga modela 2 dobivena je karta na **slici 7.5**, a pogrješka kros-validacije iznosila je  $MSE_{MODEL2} = 3,91$ .

**Rezultat:** Usporedbom svih triju modela načinjenih na temelju 15 ulaznih podataka te pripadajućih vrijednosti krosvalidacije vidljivo je da je bolja interpolacija i manja pogrješka dobivena primjenom kriginga (geostatistikom). U tome slučaju, iako se raspolagalo relativno malim brojem ulaznih vrijednosti, variogramsko modeliranje anizotropije, makar i uz djelomičnu subjektivnost interpretatora, dovelo je do kvalitetnije procjene. U svim sličnim slučajevima, s približno 10 – 15 ulaznih vrijednosti, treba usporediti rješenja kriginga i inverzne udaljenosti te odabratи kvalitetnije.



**Slika 7.4:** Raspodjela poroznosti, kriging, model 1, Stari Gradac – klastiti I  
(iz: MALVIĆ & ĐUREKOVIĆ, 2003)



**Slika 7.5:** Raspodjela poroznosti, kriging, model 2, Stari Gradac – klastiti  
(iz: MALVIĆ & ĐUREKOVIĆ, 2003)

## 7.2. Primjena običnoga kriginga za kartiranje poroznosti u različitim litofacijesima polja u dubokome zapadnome dijelu Dravske depresije

**Svrha odabira primjera:** Različiti litofacijesi sadržavaju različit broj podataka, pa su karte kriginga manje ili više upotrebljive. Povećanjem broja podataka eliminira se pojava koncentričnih krugova (*engl. bull-eyes*) te se smanjuje relativan iznos vrijednosti krosvalidacije. Pojmovi „dovoljan broj podataka“ i „pouzdani variogramski model“ ponajprije ovise o litologiji koja se kartira.

Analizirani prostor obuhvatio je tri polja te na svakome po četiri litofacijesa, znači ukupno 12 karata poroznosti (MALVIĆ & ĐUREKOVIĆ, 2003; MALVIĆ & SMOLJANOVIĆ, 2004; MALVIĆ, 2005a). Unutar svakoga litofacijesa odabrana je po jedna karta, reprezentativna ili karta s najboljom interpolacijom.

Problem određivanja „najbolje interpolacije“ riješen je ovako: za svaku kartu izračunata je MSE vrijednost (*engl. cross-validation*) te je podijeljena s brojem bušotina (MSE/n) kako bi vrijednosti unutar istoga litofacijesa bile međusobno usporedive. Izračunate vrijednosti prikazane su u **tablici 7.1**, a odabrane karte označene su podebljano.

Litofacijes Polje	IV	III	II	I
<b>Molve</b>	$2,48/8 = 0,31$	$1,28/14 = 0,09^*$ (*upotreba seiz- mičkoga podatka)	$9,94/27 = 0,37$	$19,67/27 = 0,73$
<b>Kalinovac</b>	$4,35/8 = 0,54$	<b><math>1,13/11 = 0,10</math></b>	<b><math>2,80/13 = 0,22</math></b>	$3,39/12 = 0,28$
<b>Stari Gradac</b>	<b><math>3,83/13 = 0,29</math></b>	$6,15/14 = 0,44$	$12,1/15 = 0,81$	<b><math>3,91/15 = 0,26</math></b>

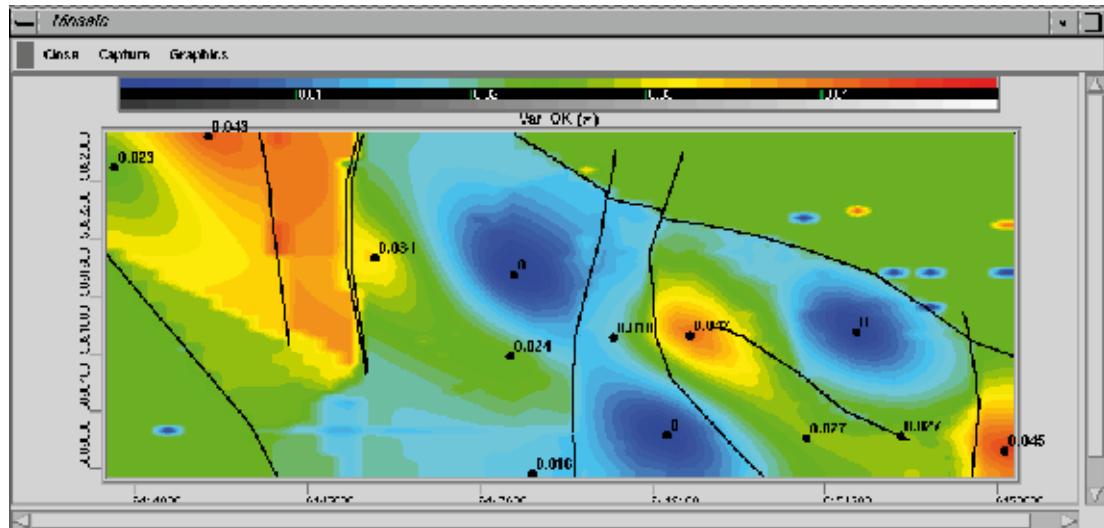
**Tablica 7.1:** Odnos vrijednosti krosvalidacije i broja bušotina (n) po poljima i litofacijesima

Litofacijes IV (sastavljen pretežno od pretpaleozojskih i paleozojskih stijena) na svim analiziranim poljima u dubokome dijelu Dravske depresije u prosjeku sadržava desetak podataka. Uz to, te su vrijednosti najčešće grupirane u središnjemu dijelu polja.

U takvim slučajevima treba s nužnim oprezom načiniti izbor između primjene geostatističke ili matematički jednostavnije metode (poput inverzne udaljenosti), kako je to prikazano u **pot-poglavlju 7.1**.

Za kartografski primjer interpolacije poroznosti odabrano je rješenje dobiveno na polju Stari Gradac (**slika 7.6**).

Postojećih 13 podataka najveći je ulazni skup u tome litofacijesu, približno pravilno raspoređen na polju (MALVIĆ, 2005a). Tek na južnome dijelu polja interpolacija je načinjena približno konstantnom vrijednošću. Zbog maloga broja ulaznih vrijednosti oko većine su bušotina manje ili više izražene pojave stvaranja koncentričnih krugova (*engl. bull-eyes*), što je obilježe svih karata u tome litofacijesu.

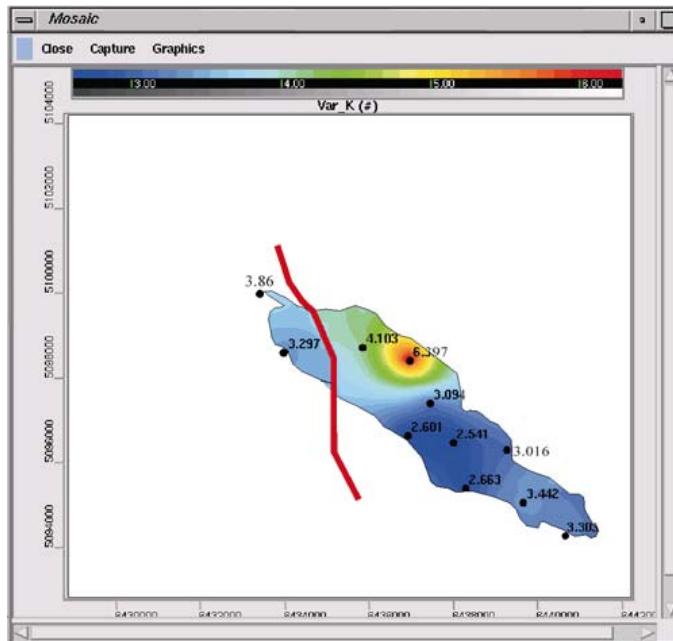


**Slika 7.6:** Raspodjela poroznosti, obični kriging, Stari Gradac – litofacijes IV  
(iz: MALVIĆ, 2003a, Fond stručne dokumentacije)

**Rezultat:** Interpolacija bilo kojom metodom u litofacijesu s približno 10 podataka dat će podjednaka rješenja, odnosno procjena će biti zadovoljavajuća tek na dijelu polja. Na preostalim djelovima polja, najčešće onima udaljenijima od točkastih (čvrstih) podataka, kvaliteta procjene će biti znatno lošija odnosno takvi djelovi karte mogu tek okvirno dati uvid u približnu vrijednost kartirane varijable.

Litofacijes III (sastavljen pretežno od mezozojskih kvarcita) sadržava prosječno nešto veći broj ulaznih vrijednosti te su variogramski modeli pouzdaniji, a interpolacija točnija (MALVIĆ, 2005a). Primjer s polja Molve obilježen je najmanjom vrijednošću omjera MSE/n (0,09), no u tome slučaju uvedena je i sekundarna seizmička varijabla te primijenjena metoda kokriginga.

Kartiranje primarne, uz podršku sekundarne seizmičke varijable, detaljno je objašnjeno u **poglavlju 8.**, uključujući i taj primjer. U ovome potpoglavlju prikazana je karta načinjena na polju Kalinovac (MSE/n = 0,10), i to običnim krigingom (**slika 7.7**).



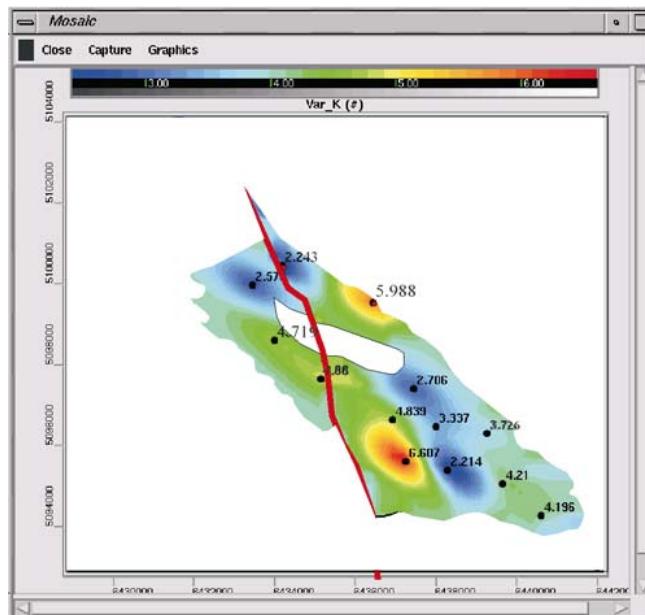
**Slika 7.7:** Raspodjela poroznosti, obični kriging, Kalinovac – litofacijes III (iz: MALVIĆ, 2005a)

**Rezultat:** Podatci su izrazito grupirani u jugoistočnom dijelu polja te je u tome dijelu interpolacija kvalitetna s vrlo detaljnim i raznolikim prijelazima i oblicima izolinija. To je i razlog male vrijednosti omjera MSE/n, odnosno pogrješka procjene na 9 od 11 bušotina nije bila velika. No, sjeverozapadno od poprečnoga rasjeda polja postoje tek dva mjerena, tako da je najveći dio površine prekriven konstantnom vrijednošću.

Litofacijes II (pretežno izgrađen od karbonata podlage tercijara) primjer je kada veći broj ulaznih podataka ne mora uvijek dovesti do kvalitetnijega kartografskoga prikaza (MALVIĆ, 2005a).

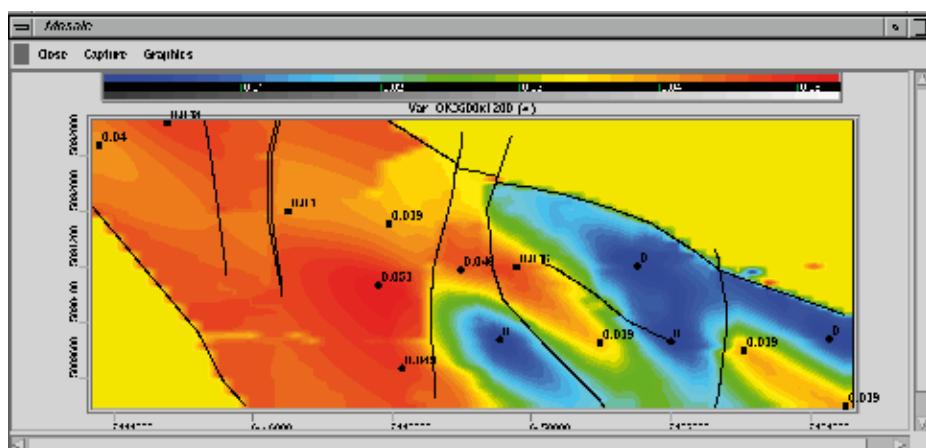
Razlog je tomu izrazito stohastička distribucija (najčešće) sekundarne poroznosti, što je glavno obilježje gotovo svake karbonatne litologije (vapnenci, dolomiti ili karbonatne breče).

Variogramskim modelima u takvim litologijama teško je odrediti pouzdan i znatniji doseg te se kao rezultat često javljaju koncentrični oblici izolinija (*engl. bull-eyes*), bez obzira na veći broj ulaznih vrijednosti nego u nekim drugim litološkim jedinicama. Kao primjer odabранa je karta poroznosti načinjena na polju Kalinovac ( $MSE/n = 0,22$ ) prikazana na **slici 7.8.**



**Slika 7.8:** Raspodjela poroznosti, obični kriging, Kalinovac – litofacijes II (iz: MALVIĆ, 2005a)

**Rezultat:** Koncentrične zone smještene su oko bušotina i rijetko povezane zbog maloga dosega variogramskoga modela. Na sjeverozapadnome dijelu polja dobivena je mozaična struktura zbog nedovoljnoga broja podataka.



**Slika 7.9:** Raspodjela poroznosti, obični kriging, Stari Gradac – litofacijes I (iz: MALVIĆ & ĐUREKOVIĆ, 2003)

Litofacijes I (sastavljen uglavnom od breča dominantno karbonatnoga detritusa) heterogenija je karbonatnoga sastava, koji se znatno razlikuje između analiziranih polja u dubokome dijelu Dravske depresije. Variogramski modeli te oblici linija jednakih poroznosti slični su onima dobivenima u prijašnjemu litofacijesu II (MALVIĆ, 2005a). Kao primjer interpolacije odabранo je rješenje dobiveno na polju Stari Gradac (**slika 7.9**), s odnosom MSE/n = 0,26 (MALVIĆ & ĐUREKOVIĆ, 2003).

**Rezultat:** Pružanje izolinija snažno prati osi određene variogramskim modelom. Zbog pravilnijega rasporeda bušotina nego na polju Kalinovac prijelazi različitih vrijednosti poroznosti postupniji su. Interpolacija izvan granica određenih nepropusnim rasjednim barijerama zamijenjena je konstantnom vrijednošću odnosno nije načinjena.

**Pregled pojedinačnih rezultata:** Promatrano je 11 karata načinjenih po različitim litofacijesima u poljima Molve, Kalinovac i Stari Gradac. Glavna razlika među litofacijesima bila je u broju ulaznih podataka. Također dva najplića litofacijesa (II i I) obilježena su izrazitom stohastikom u raspodjeli poroznosti, čime je umanjena prednost većega broja ulaznih vrijednosti u plićim jedinicama. Glavni kriterij za ocjenu kvalitete kartiranja običnim krigingom bio je omjer MSE/n (srednja pogreška/broj podataka). Rezultat se kretao u intervalu 0,10 – 0,73, no u četirima odabranim primjerima (**slike 7.6 – 7.9**) ta je vrijednost bila uglavnom slična (redom 0,29; 0,10; 0,22; 0,26).

## 8. SEIZMIČKI PODATAK KAO SEKUNDARNA VARIJABLA

Upotreba seizmičkih atributa u karakterizaciji ležišta danas je standardan postupak u geološkome modeliranju. Naravno, takav dodatni izvor podataka smatra se velikom pogodnošću u takvu postupku, a obično to zaista i jest. No ne uvijek, jer se upravo u definiranju čvrste fizikalne i korelacijske veze seizmičkih i bušotinskih podataka mogu dogoditi mnoge pogreške ili krive pretpostavke. Nazočno je i „pomodarstvo“ tipa „tako se radi svugdje“, pa se nekritički preuzimaju slična rješenja i kada za to nema osnove.

Današnji stupanj razvoja tehnike i tehnologije mjerjenja i metoda obradbe dopušta sintetiziranje više vrsta seizmičkih atributa. U ovome sažetome uvidu samo su spomenute njihove dvije osnovne vrste – primitivni atributi koji opisuju samo jednu veličinu te hibridni koji su složeni od dvaju ili više primitivnih atributa. Amplituda, faza i frekvencija osnovni su (ili primitivni) parametri seizmičkoga vala iz kojih su izvedeni svi ostali složeni (hibridni) atributi. No, takav postupak zahtjeva nužan oprez jer mnogi novi složeni atributi mogu poprimiti gotovo jednaka svojstva zbog tehnike njihova izračuna. Na primjer, takav slučaj javlja se u usporedbi varijance amplitude, srednjega kvadratnoga korijena amplitude (*engl. root mean square – RMS – of amplitude*) i snage refleksije. Svi nabrojeni atributi sadržavaju gotovo jednaku informaciju, a njihova veza često je linearна (ili su eventualno povezani polinomom drugoga stupnja).

Također, posebnu pozornost zahtjeva poznavanje fizikalne veze između pojedinih atributa i primjerice poroznosti, jer sam po sebi veliki korelacijski koeficijent nije dovoljan za njihovo povezivanje. Razlog je tomu što je jako veliku korelaciju, teorijski, moguće dobiti za bilo koje dvije vrste varijabli čije se vrijednosti nalaze u približno pravilnome linearnome uzlaznome i silaznome odnosu. No, prije takva izračuna potrebno je da geolog ispravno odabere vrstu varijabli za koje će se takav odnos računati, to jest da su takve varijable u geološkome smislu usporedive. Iako je većina geoloških varijabli u nekoj vrsti međuvisnosti, često je teško takvu zavisnost jasno izraziti. Primjerice vrijednosti poroznosti i amplitudnoga atributa jesu vrlo jasno usporedive, no vrijednosti na primjer propusnosti i seizmičke faze teško se mogu korelirati.

Nadalje, često se krivo podrazumijeva kako su varijable koje opisuju ležište reprezentativni uzorak promatrane fizikalne veličine. To, naravno, ne mora biti točno. Kod seizmičkih podataka problem reprezentativnosti pojavljuje se najčešće kao posljedica obradbe odnosno načina na koji se seizmički signal transformira u željeni atribut. Danas se u takvu poslu upotrebljavaju vrlo sofisticirani programi, koji usprkos svojoj tehnološkoj razini i dalje interpretatoru ostavljaju mogućnost prilagođivanja niza parametara kojima će obradba podataka biti načinjena. Naravno, u slučaju maloga broja mjerjenja ili vrlo složene litologije gdje seizmički odraz nije jednoznačni nositelj informacija, stupanj subjektivnosti proporcionalno raste.

Kod bušotinskih podataka veći je problem njihova brojnost, odnosno može li skup od 10 do 20 točkastih vrijednosti „dostojno“ reprezentirati mjerenu varijablu na cijelome polju.

Vratimo se ponovno na pojam korelacijskoga koeficijenta kao najvažnije vrijednosti za provjeru (barem) linearne veze između dviju varijabli. Osnovni statistički testovi (poput t-testa, F-testa) vode do odgovora postoji li mogućnost da vrijednost korelacije nije plod slučajnosti. Ako je odgovor potvrđan, inženjer geologije treba potvrditi fizikalnu vezu između uspoređenih veličina i dati

im smisao. Postoje još neki testovi za provjeru korelacije, a ovdje je vrlo primjeren spomenuti test koji procjenjuje nesigurnost koeficijenta povezanu s brojem koreliranih uzoraka i varijabli. Podrazumijeva se da što je manji broj uzoraka, veća je nesigurnost vezana uz ispravnost izračunate korelacije. Također, što je više seizmičkih atributa upotrijebljeno, to je veća vjerojatnost da je barem za jedan od njih dobivena korelacija kriva. Postoje tablice u kojima je, s obzirom na broj uzoraka, prikazana postotna vjerojatnost da izračunata korelacija nije točna te se ne može upotrijebiti za opisivanje veze uspoređenih varijabli (KALKOMEY, 1997; CHAMBERS & YARUS, 2002). Prema takvima tablicama kada se uspoređuje, na primjer, primitivni seizmički atribut i svojstvo stijene na skupu od pet podataka, a izračunati  $r = 0,7$ , postoji vjerojatnost od 19 % da je izračunata korelacija kriva.

**Važno:** Uza sve spomenute testove i vrste atributa, dio geologije nafte i plina koji se odnosi na određivanje i opisivanje veze seizmičkih i bušotinskih podataka danas je vrlo zanimljivo područje za geologe, posebno za one koji se bave geostatistikom. Svi postojeći testovi ne nude univerzalno rješenje za povezivanje tih varijabli te je velika odgovornost na inženjerima da ih ispravno primijene, svaki put dodatno provjeravajući i unoseći nešto od svoje osobne domišljatosti kako bi izradili što kvalitetniji model. Kako rijetko koji seizmičko-bušotinski model načinjen na jednome polju, području ili depresiji može biti primijenjen na drugome polju slične ili čak istovrsne litologije, osobno iskustvo vrlo je važno. Geološkim rječnikom, litološke heterogenosti i aproksimacije još uvijek nadvladavaju red koji se pokušava uvesti različitim modelima i vrstama interpretacije seizmičkih podataka (bilo da se oni rade geostatistikom, regresijom, neuronskim ili nekim drugim alatima).

## 8.1. Upotreba seizmičkoga atributa i kolociranoga kokriginga za izradbu karata poroznosti

**Svrha izbora primjera:** Slučaj kada kriging nije bolji od metode inverzne udaljenosti. Odabir seizmičkoga atributa, zadovoljavanje uvjeta korelacije te upotreba kolociranoga kokriginga čiji je rezultat najbolja procjena.

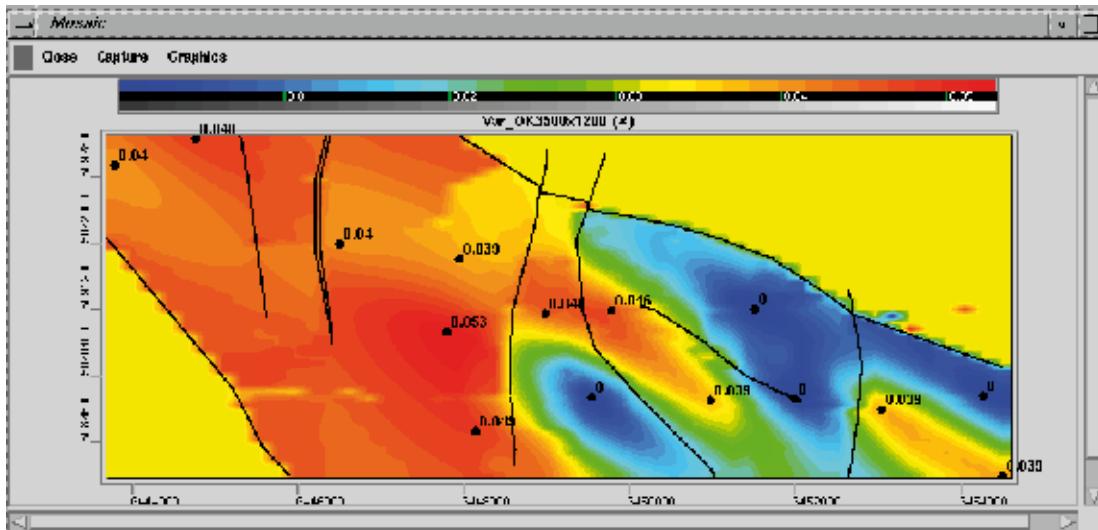
Kao područje testiranja odabrano je ležište izgrađeno od klastita badenske starosti u polju Beničanci. Litološki se radi o brečama, konglomeratima i krupnozrnastim pješčenjacima. Kartirana je poroznost kao primarna varijabla, a sekundarna varijabla bila je snaga refleksije (MALVIĆ, 2005a).

Ulagani skup vrijednosti imao je 14 mjerena poroznosti, osrednjenu iz podataka dobivenih geofizičkim mjeranjima u buštinama u intervalu ležišta. Ukupno na polju Beničanci postoji

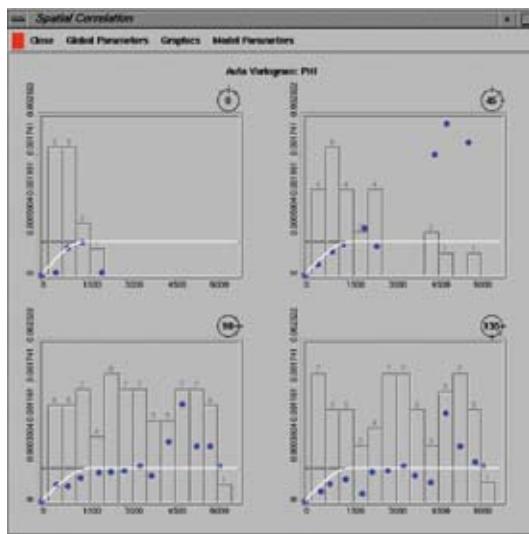
106 kanala bušotina; osnovne karotažne krivulje (spontani potencijal, otpornost, kaliper, prirodna radioaktivnost) snimljene su u 84 kanala bušotina, a u 51 bušotinska kanala obavljena je tako-zvana analiza poroznosti Epilogom. Geološki model (MALVIĆ, 2006) ima 44 bušotine od kojih je 19 ponovno interpretirano na temelju većega broja dodatnih krivulja geofizičkih mjerena u buštinama.

Kartirani skup od 14 bušotina obuhvatio je one bušotine u kojima je reinterpretacija zadovoljila svojom kvalitetom. Srednje vrijednosti poroznosti promatrane su odvojeno za zonu 1 i 2, odnosno u prvih 20 m ležišta, nazvanih tzv. „međukrovinom breča“ i ostatku predstavljenome siparišnim brečama koji se proteže do podine ležišta. Ulazni podatci za karte prikazane u ovome potpoglavlju pripadaju zoni 2 (siparišnim rezervoarskim brečama) i obuhvaćaju skup od 17 vrijednosti. Karta poroznosti dobivena metodom inverzne udaljenosti prikazana je na **slici 8.1**. Srednja kvadratna pogreška ( $n = 14$  podataka) iznosila je  $MSE = 2,78$ . Omjer  $MSE/n$  iznosi 0,2.

Zatim je definiran variogramski model, odnosno prostorna zavisnost za 14 ulaznih vrijednosti poroznosti. Glavna os anizotropije pruža se pravcem  $90^\circ - 270^\circ$ , a sporedna  $0^\circ - 180^\circ$ . To su ujedno osi elipsoida prostorne zavisnosti. Tolerancija variogramskoga azimuta iznosila je  $45^\circ$ . Na glavnoj osi (**slika 8.2, dolje lijevo**) vrijednost dosega jest 1750 metara. Određena je relativno pouzdano s obzirom na oscilacije, dosezanje praga te broj parova podataka po klasi (7 i više). Doseg na sporednoj osi iznosi 1500 m, a određen je prilično subjektivno s obzirom na malo parova podataka (pet i manje) i samo četiri eksperimentalne točke (točka s koordinatama 0,0 nije ubrojena). Eksperimentalne variogramske krivulje aproksimirane su sfernim teorijskim modelom.

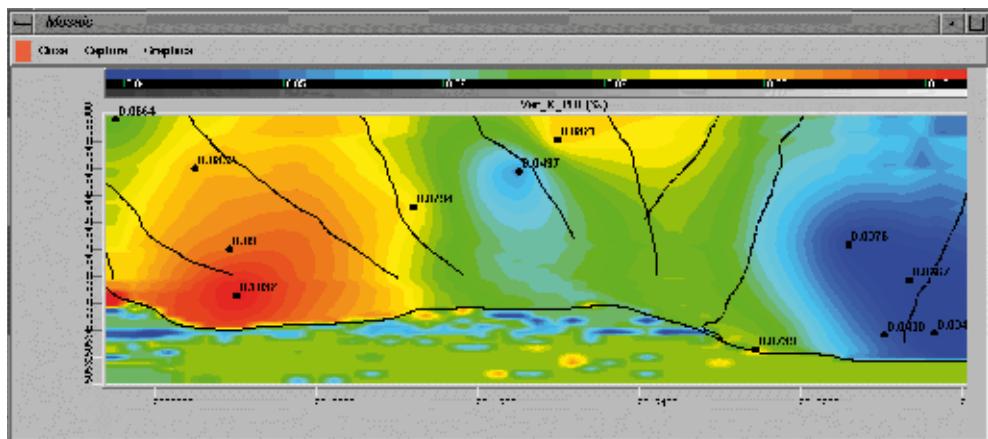


**Slika 8.1:** Raspodjela poroznosti, metoda inverzne udaljenosti, Beničanci  
(iz: MALVIĆ & ĐUREKOVIĆ, 2003)



**Slika 8.2:** Eksperimentalne variogramske krivulje, Beničanci  
(iz: MALVIĆ & ĐUREKOVIĆ, 2003)

Primjenom variogramskoga modela prvo je načinjena karta poroznosti metodom običnoga kriginga prikazana na **slici 8.3.** Zanimljivo je kako to rješenje ne pokazuje nikakvo poboljšanje u odnosu na kartu dobivenu inverznom udaljenošću (**slika 8.1**). Oblik linija jednakih vrijednosti poroznosti gotovo je identičan, a proračun krosvalidacije (*engl. cross-validation*) daje lošiji rezultat za kartu interpoliranu krigingom (OK : IDW = 2,97 : 2,78). Omjer kriginga MSE/n = 0,21 (a kod inverzne udaljenosti je 0,2).



**Slika 8.3:** Raspodjela poroznosti, obični kriging, Beničanci  
(iz: MALVIĆ & ĐUREKOVIĆ, 2003)

Ležište Beničanci analizirano je na temelju podataka prikupljenih 3D seizmičkim snimanjima. Ti podatci raspoređeni su na mreži veličine 50x50 točaka i u svakoj od njih izračunata je srednja vrijednost sljedećih šest atributa: absolutne amplitude, trenutačne frekvencije, trenutačne faze, snage refleksije, najveće amplitude i RMS-a (2500 podataka po atributu). Atributi su interpolirani na lokacije ranije spomenutih 14 bušotina u kojima je postojala srednja poroznost izračunata za interval siparišnih breča (zona 2). Izračunat je Pearsonov koeficijent korelacije poroznosti svakoga od atributa. Najveća korelacija ( $R = -0,64$ ) dobivena je za par poroznost – snaga refleksije (MALVIĆ, 2005a) što je prikazano na **slici 8.4**. Analiza seizmičkih atributa u intervalu siparišnih breča (PLEIĆ & FUTIVIĆ, 2003) pokazala je trend obratno proporcionalnoga odnosa porasta snage refleksije i poroznosti. Iako trend postoji, nije moguće govoriti o sigurnome (zadovoljavajućemu) stupnju korelacije, ponajprije zbog prevelikog broja podataka. Možda daljnja istraživanja na tome polju potvrde da se radi o silnoj korelaciji, pa takav zadatak može u budućnosti biti temelj zanimljivoga istraživanja.

Kako bi se atribut mogao iskoristiti za determinističku metodu geostatističke procjene (kokriging) pretpostavljeno je da se radi o korelaciji te je provjerena njezina značajnost. Provjera je načinjena t-testom, odnosno testirane su nulta hipoteza ( $H_0$ ) s tvrdnjom da je dobivena korelacija plod slučajnosti te alternativna hipoteza ( $H_1$ ) s tvrdnjom da dobivena korelacija potvrđuje jaku vezu i njezina vrijednost nije plod slučajnosti. Vrijednost  $t$  izračunati iznosila je 2,839. Iz statističkih tablica za graničnu vrijednost uz 12 stupnjeva slobode te pouzdanost 95 % očitan je  $t_{\text{kritični}}$  od 1,761. Stoga je prihvaćena alternativna hipoteza  $H_1$ , odnosno za par poroznost – snaga refleksije pretpostavljena je značajna korelacija.

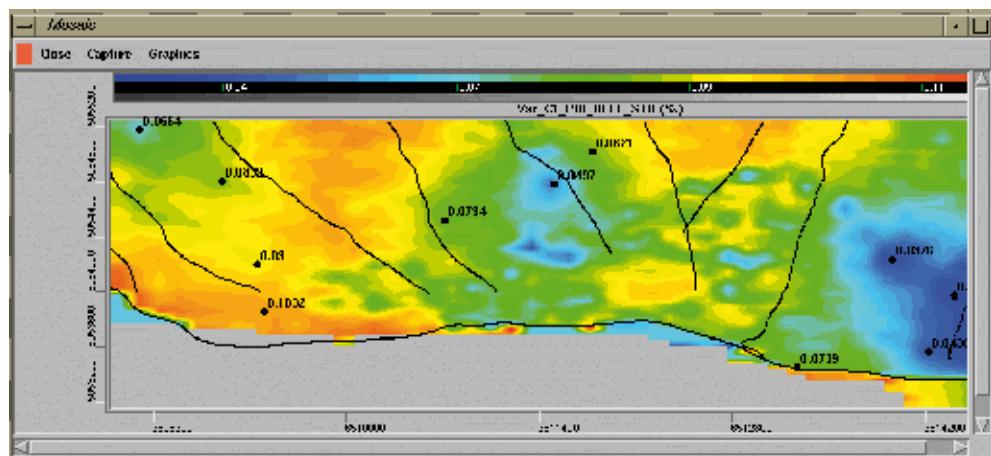
KORELACIJSKI KOEFICIJENTI (Pearsonov koef. - R)									
	SW	VSH	ABS AMPL	INST FREQ	INST PHASE	REFL STR	PEAK AMPL	RMS	
PHI	-0,107	0,488	<b>-0,459</b>	-0,049	0,022	<b>-0,634</b>	-0,2759	<b>-0,496</b>	
SW		-0,460	0,041	0,496	0,005	0,082	-0,118	<b>-0,031</b>	
VSH			-0,332	-0,062	0,294	-0,424	-0,289	<b>-0,301</b>	
ABS AMPL				0,108	0,478	0,806	0,749	<b>0,978</b>	
INST FREQ					0,204	0,165	0,013	<b>0,121</b>	
INST PHASE						0,060	0,311	<b>0,509</b>	
REFL STR							<b>0,488</b>	<b>0,768</b>	
PEAK AMPL								<b>0,745</b>	
RMS									

**INA** INDUSTRUJA NAFTE, d.d. OIL & GAS EXPLORATION AND PRODUCTION Reservoir Engineering & Field Development

**Slika 8.4:** Korelacija seizmičkih atributa i poroznosti, Beničanci

Nakon toga načinjen je dodatni test vrijednosti korelacijskoga koeficijenta. Uspoređen je iznos korelacije i broj podataka s vrijednostima u tablicama objavljenim u KALKOMEY (1997), preuzetim iz CHAMBERS & YARUS (2002). Prema njima vjerojatnost da je izračunata korelacija lažna (odnosno da je nema) manja je od 2 %.

Na temelju rezultata tih dvaju testova (t-test i provjera točnosti korelacije) snaga refleksije odbvana je kao sekundarna varijabla za metodu kolociranoga kokriginga (*engl. Colocated Cokriging*), a rezultat je prikazan na **slici 8.5**. Obilježje je kolociranih tehnika da je broj podataka primarne i sekundarne varijable u konačnici jednak. U tome slučaju variogram načinjen na mjerjenjima primarne varijable (**slika 8.2**) u potpunosti se može primijeniti (bez dodatnih uskladivanja) na sekundarnu varijablu.



**Slika 8.5:** Raspodjela poroznosti, kolocirani kokriging, Beničanci  
(iz: MALVIĆ & ĐUREKOVIĆ, 2003)

**Rezultat:** Dobiveno rješenje kolociranim kokrigingom (CC) prikazuje znatno heterogeniju sliku negoli karte poroznosti načinjene običnim krigingom (OK) i inverznom udaljenošću (IDW). Zbog relativno maloga broja ulaznih vrijednosti (14) na karti se još uvijek relativno lako prepoznaju lokacije bušotina, no više nije izrazito naglašen koncentrični efekt linija jednakih vrijednosti u njihovoј okolici. Također, u međubušotinskom prostoru vrlo je naglašeno obilježje seizmičkoga atributa odnosno heterogenost. Točnost metode testirana je i računom krosvalidacije, a rezultat kokriginga bio je najniži u usporedbi s ostalim dvjema kartama ( $MSE_{CC} < IDW < OK = 2,19 < 2,78 < 2,97$ ). Omjer  $MSE/n$  kod kokriginga iznosi 0,16 (0,2 kod IDW; 0,21 kod OK).

Prikazana rješenja bilo bi, možda u nekim dalnjim analizama, vrijedno usporediti s kartama poroznosti izrađenim (ili onima koje će tek biti izrađene) iz dodatnih bušotinskih analiza, kao što su reinterpretacije novih geofizičkih mjerena u većemu broju dodatnih bušotina.

Na taj način mogla bi se načiniti karta krigingom, znatno pouzdanija od postojeće, te bi se takvo rješenje moglo usporediti s prikazanim rješenjem dobivenim upotrebom seizmičkih podataka.

Tada bi bilo relativno lako procijeniti pogrešku uzrokovana kvalitetom seizmičkih mjerjenja, procijeniti njezin utjecaj na kartu interpoliranu metodom kokriginga te načiniti novi, znatno bolji variogramski model za primarnu varijablu i prenijeti ga na sekundarnu.

## 8.2. Konstrukcija eksperimentalnoga variograma iz sekundarne varijable

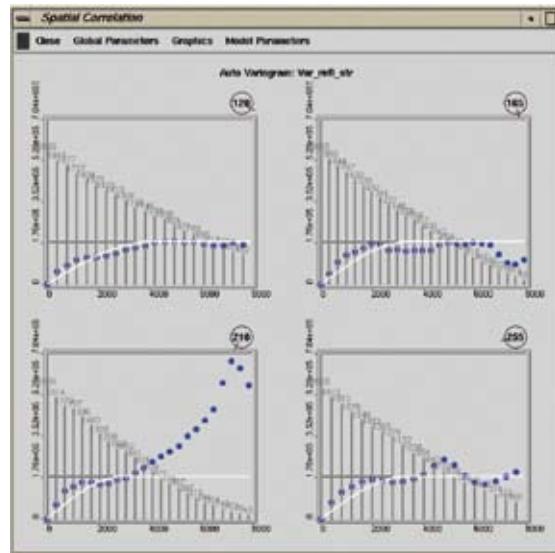
**Svrha izbora primjera:** Variogrami se najčešće konstruiraju za primarnu varijablu. Ako ona sadržava mali broj podataka (na primjer, kao što je prikazano za polje Beničanci ili Stari Gradac s 14 – 15 ulaznih vrijednosti), nemoguće je napraviti pouzdanu variogramsku analizu. U određenome broju slučajeva analizirano područje prekriveno je seizmičkim profiliima te je moguće odrediti seizmički atribut korelativan s primarnom varijablom. Tada je vrlo pouzdani variogram moguće načiniti na temelju (znatno brojnijih) seizmičkih podataka te ga upotrijebiti za kartiranje odgovarajućim tehnikama kokriginga.

Kolocirane metode imaju jedan, uvjetno rečeno, nedostatak. Prema algoritmu, one znatno brojniju sekundarnu varijablu interpoliraju na lokacije (i broj podataka) primarne varijable. Tako će variogram, načinjen bilo za primarnu ili sekundarnu varijablu, biti konstruiran iz jednakoga broja vrijednosti odnosno imat će jednaku pouzdanost.

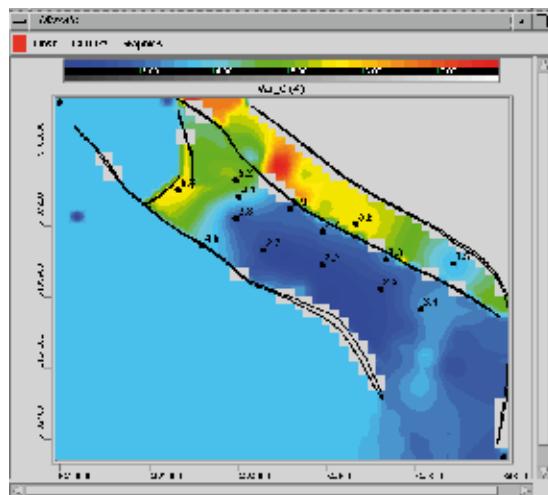
Određene tehnike kokriginga u variogramski proračun i kartiranje uvode cijeli skup sekundarne varijable. U takvu slučaju variogramski model može biti konstruiran iz takve veličine koja svojom brojnošću omogućuje toliki broj parova podataka po klasi da njegova pouzdanost uopće nije upitna.

Odarban je primjer koji uključuje podatke iz litofacijesa III u polju Molve. Radi se o klastičnim stijenama (metapješčanjacima) donjotrijaske starosti u kojima postoji 14 bušotina sa srednjim vrijednostima poroznosti izračunatim pod intervalom litofacijesa. Kao korelativni seizmički atribut s poroznošću uspješno je određena snaga refleksije, a kako je polje prekriveno mrežom 50x50, ukupno je bilo dostupno 2500 vrijednosti te varijable. Korelacija poroznost – snaga refleksije iznosila je  $R = 0,51$ . Rezultat t-testa bio je  $t_{\text{kvarciti}} = 2,22$ , a prema tablicama (za  $\alpha = 5\%$ ) kritična vrijednost bila je  $t_{\text{kritični}} = 1,76$ . Korelacija je interpretirana kao značajna te je prihvaćeno da vrijednosti snage refleksije fizikalno opisuju ponašanje poroznosti u prostoru, odnosno da će relativno povećanje vrijednosti seizmičkoga atributa odgovarati povećanju vrijednosti poroznosti.

Iz spomenutih 2500 vrijednosti seizmičkoga atributa konstruirani su usmjereni anizotropni variogrami (**slika 8.6**). Glavna os ima azimut  $120^\circ$  s dosegom 4000 metara, a sporedna  $210^\circ$  s dosegom 2900 metara. Iako je ispitana eksponencijalni teorijski variogramski model zbog brzoga porasta vrijednosti na sporednoj osi, aproksimacija na svim variogramskim osima načinjena je sfernim teorijskim modelom.



**Slika 8.6:** Variogram snage refleksije, Molve, litofacijes III (iz: MALVIĆ, 2005a)



**Slika 8.7:** Raspodjela poroznosti, obični kokriging, Molve, litofacijes III (iz: MALVIĆ, 2005a)

Načinjeni variogram jasno pokazuju jednostavnost i kvalitetu prostornoga modeliranja uz tako velik broj podataka – nekoliko stotina do nekoliko tisuća parova po klasi. Stupanj nesigurnosti po bilo kojoj osi gotovo je zanemariv, eventualno se može procijeniti na tek nekoliko +/- posotaka u odnosu na izračunati doseg. Da bi se u potpunosti iskoristila brojnost sekundarne vari-

jable, primijenjena je tehnika običnoga kokriginga, a dobivena karta prikazana je na **slici 8.7**. Za načinjenu kartu izračunata je vrijednost krosvalidacije, a razlike procijenjene i mjerene vrijednosti po buštinama prikazane su na **slici 8.8**.



The screenshot shows a window titled "1-D Data Editor". The menu bar includes "Close", "Variables", "Top", "Bottom", "Up", "Down", "Goto Row", "Search", and "Propagate". Below the menu is a status bar showing "00016 Rows" and "Row 1". There is also a checkbox for "Show Active Data Only". The main area is a table with three columns: "XVAL\_Var\_C", "XVAL\_TRU\_err\_:", and "XVAL\_EST\_err\_:". The table contains 14 rows of data, each with a row number from 0001 to 0014.

	XVAL_Var_C	XVAL_TRU_err_:	XVAL_EST_err_:
0001	5.996650	-2.496800	1.386100
0002	4.083210	1.116800	0.669280
0003	4.220230	-0.120230	0.510310
0004	3.657140	0.842860	1.164200
0005	4.072330	1.727700	1.086100
0006	3.058380	-0.858380	0.785050
0007	3.658350	-0.758350	0.697540
0008	2.778630	-0.276630	0.675430
0009	2.651280	-0.451280	0.729320
0010	3.904440	1.695600	1.386100
0011	2.510620	0.888380	0.915840
0012	3.888280	-0.886280	0.610600
0013	2.635270	0.664730	0.776650
0014	2.654190	0.545810	0.672730

**Slika 8.8:** Tablica vrijednosti krosvalidacije, Molve, litofacijes III

Uvrštavajući sve te vrijednosti u jednadžbu, dobivena je vrijednost 1,28.

**Rezultat:** Dobivena vrijednost krosvalidacije te interpolirana karta poroznosti daju znatno bolji rezultat negoli da je primijenjena bilo koja interpolacijska metoda koja primarnu varijablu procjenjuje isključivo autokorelacijom. Modeliranje variograma sekundarne varijable u takvu je slučaju vrlo jednostavan zadatak.



## 9. PRIMJERI UPOTREBE STOHALSTIČKIH SIMULACIJA

Osnovne teorije stohastičkih simulacija objašnjene su u **potpoglavlju 6.6.**, a u ovome poglavlju prikazuje se nekoliko primjera takvih simulacija načinjenih za polja Stari Gradac te Galovac-Pavljani.

Stohastika predstavlja jedan od načina probabilističkoga (ili vjerojatnosnoga) pristupa u stvaranju različitih geoloških modela. Probabilistika unutar hrvatske naftne geologije prvi je put sustavno korištena u procjeni geološkoga rizika. Nekoliko radova o toj temi napisali su Gordan Frank i Marijan Novinc, a publicirani su početkom 90-ih godina prošloga stoljeća (među ostalim radovima to je tema i njihovih magistarskih radova; FRANK, 1992; NOVINC, 1992). O istoj temi pisali su i Zvonimir Hernitz, Nikola Bokor i Tomislav Malvić (HERNITZ et al., 2001) te vrlo opširno ponovno Tomislav Malvić u doktorskoj disertaciji (MALVIĆ, 2003a).

Također, Monte Carlo metoda predstavlja probabilistički alat koji se u naftnoj industriji primjenjuje niz desetljeća. Tom metodom probabilistički su procijenjene rezerve ugljikovodika na polju Molve (Fond stručne dokumentacije, MARKOVIĆ et al, 1999). Stohastičke simulacije, kao alat koji u sebi sadržava i Monte Carlo algoritam, predstavljaju prirodan slijed u razvoju probabilističkoga pristupa procjeni ležišnih varijabli i rezervi ugljikovodika.

Odabrani primjeri u tekstu ujedno su i prvi zadaci procjene pornoga prostora te rezervi ugljikovodika načinjeni stohastičkim realizacijama za potrebe INA-Naftaplina.

### 9.1. Upotreba stohastičkih simulacija za točniji izračun količine nafte u ležištu

**Razlog izbora primjera:** Prikazana je upotreba geostatistike, poglavito stohastičkih simulacija, u točnijemu izračunu efektivnoga pornoga prostora i rezervi ugljikovodika u ležištu vrlo heterogene litologije. Volumen izračunat simulacijama izražen je intervalom vrijednosti (a ne deterministički).

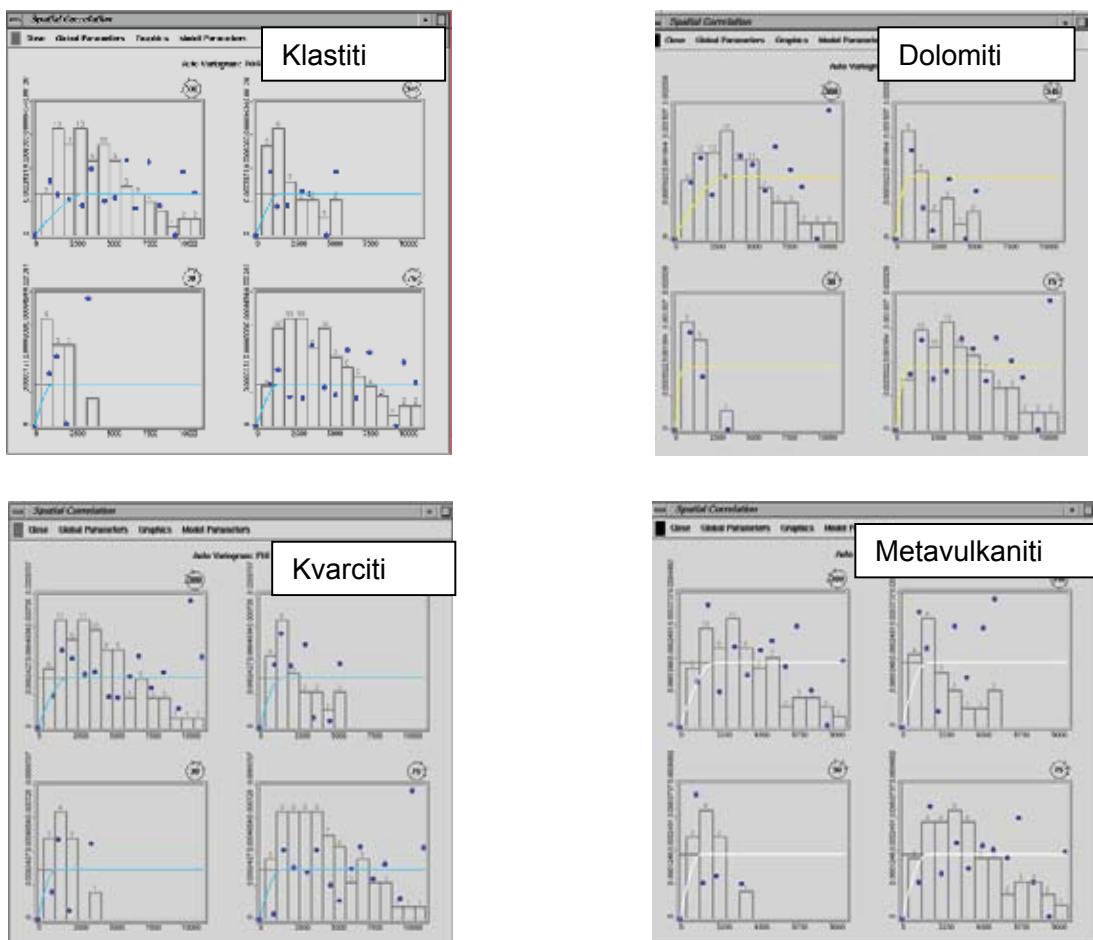
Polje Stari Gradac jedno je od triju najvećih hrvatskih plinsko-kondenzatnih polja, a posebnost mu je u tome što je podijeljeno državnom granicom Hrvatske i Mađarske, pa geološko modeliranje i proizvodnju zajednički uskladjuju timovi INA-e i MOL-a. Na taj je način povećan stupanj provjere i kvalitete prihvaćenih rješenja.

Analizirana je primjena dvaju različitih geostatističkih rješenja te je odabran najbolji model za karakterizaciju poroznosti u ležištu i proračun rezervi.

Ležište je podijeljeno u četiri litološke jedinice/litofacijesa, a zamka je kombiniranoga strukturno-stratigrafskoga tipa. U prethodnom rješenju poroznost je bila interpolirana metodom inverzne udaljenosti. U geostatističkoj su analizi za njezino kartiranje primijenjene metode običnoga kriginga i uvjetne sekvencijske Gaussove simulacije.

Pritom treba istaknuti kako je poroznost jedina varirana veličina (i deterministički i stohastički), dok su ostale varijable potrebne za izračun rezervi svrstane u novi model sa svojim determinističkim rješenjima za ukupne količine plina u ležištu OGIP (*engl. original gas in place – OGIP*) iz prethodnoga modela.

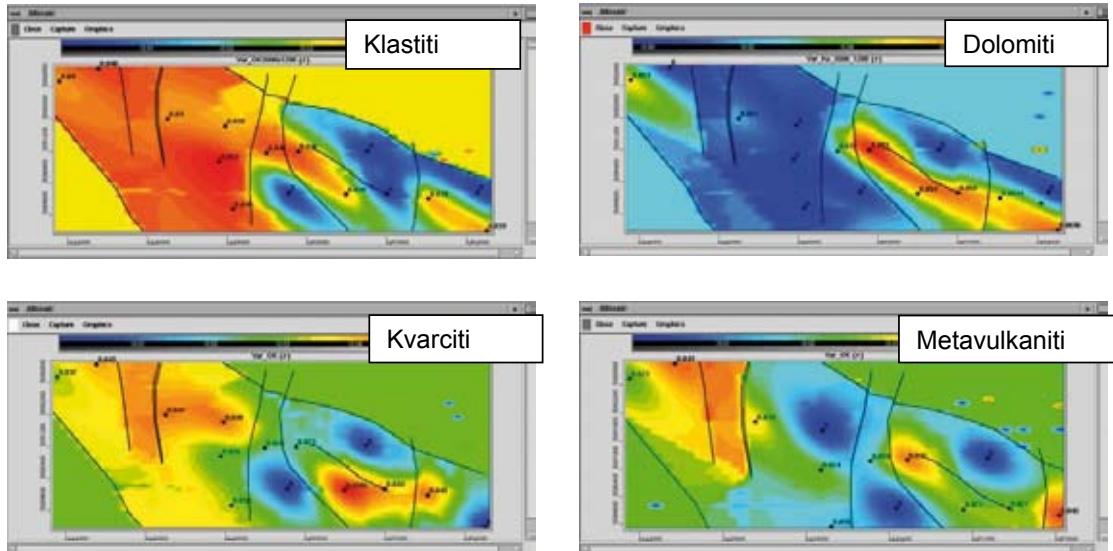
Te su ostale varijable redom: zasićenje ugljikovodicima (*engl. hydrocarbon saturation*), ukupna debljina litofacijesa (*engl. gross pay isochore grid*), odnos efektivne i ukupne debljine (*engl. net/gross ratio*) te plinski faktor izražen konstantom ( $B_{gi}$ ). Nove rezerve plina na Starome Gradcu izračunate su po litofacijesima i ukupno za cijelo ležište u determinističkoj i stohastičkoj inačici.



**Slika 9.1:** Eksperimentalni variogrami, Stari Gradac, litofacijesi I – IV  
(iz: MALVIĆ & SMOLJANOVIĆ, 2004)

Variogramski je model anizotropan, glavna je os na pravcu  $120^\circ - 300^\circ$ , a sporedna  $30^\circ - 210^\circ$ . Eksperimentalni variogram načinjen je na 13 – 16 ulaznih vrijednosti, ovisno o litofacijesu.

Zbog relativno maloga broja podataka variogramski model na sporednoj osi uključio je znatnu količinu analogije i subjektivnosti. Doseg na glavnoj osi iznosi 3500 m u litofacijesima klastita i dolomita, a 2000 m u litofacijesima kvarcita i metavulkanita. Doseg na sporednoj osi u svim litofacijesima iznosi 1200 metara. Sve eksperimentalne krivulje aproksimirane su sfernim teorijskim modelom. Izračunati variogrami prikazani su na **slici 9.1** te su upotrijebljeni za interpolaciju (**slika 9.2**) i simulaciju.



**Slika 9.2:** Karte poroznosti načinjene metodom običnoga kriginga na polju Stari Gradac  
(iz: MALVIĆ, 2003a, Fond stručne dokumentacije)

Litofacijes	Ukupne količine plina u ležištu, poroznost je interpolirana krigingom [m <sup>3</sup> ]	Ukupne količine plina u ležištu, poroznost nije interpolirana krigingom [m <sup>3</sup> ]	Promjena (+/- u %)
Klastiti	6 148 873	7 212 281	-14,75
Dolomiti	2 524 100	2 762 938	-00,91
Kvarciti	5 692 397	5 627 397	+01,01
Metavulkaniti	3 283 084	4 315 688	-24,00
Cijelo ležište	17 648 378	19 918 304	-11,40

**Tablica 9.1:** Nove vrijednosti ukupnih količina plina u ležištu (engl. OGIP)  
dobivene iz poroznosti interpolirane običnim krigingom

Svaka deterministička procjena poroznosti uvijek sadržava određeni stupanj proizvoljnosti, bez obzira na to koliko kvalitetna bila interpolacijska metoda. Npr. kriging se još naziva i metodom ujednačavanja linija (*engl. smoothed interpolation method*) jer se izolinije povezuju tako da karta ima što manji broj ograničenih i nepovezanih područja jednakih vrijednosti, odnosno karta se „zaglađuje“.

Stohastičke simulacije, upravo suprotno, kartiraju što veći broj nesigurnosti povezanih s procjenom u pojedinačnim ćelijama geološkoga modela. Što je ćelija udaljenija od bušotinske vrijednosti (kontrolne točke), veća je nesigurnost procjene te će se njezina vrijednost znatnije razlikovati u pojedinačnim realizacijama.

Kartiranje razlika poroznosti interpoliranih u različitim realizacijama (*engl. uncertainty map*) glavni je razlog primjene stohastičkih simulacija u proračunu ukupnih količina plina u ležištu. Konačni rezultat izražen je kao interval mogućih vrijednosti tih količina, a ne kao jedinstvena deterministička vrijednost. Širina takva intervala ovisi o broju ulaznih podataka, pouzdanosti variogramskoga modela, određivanju propusnosti rasjednih zona i sl. Simulacijski proces odvija se sekvensijski po svakoj neuzorkovanoj točki mreže kojom je ležište prekriveno (poredak je slučajan), a jedanput procijenjena vrijednost u nekoj točki postaje kontrolna točka (*engl. hard data*) do završetka te realizacije. Simulacija je načinjena u normalnome ili Gaussovom prostoru. Za analizu je odabранo 100 realizacija po litofacijesu iz razloga koji su objašnjeni u **potpoglavlju 6.4.5**.

Realizacije su poredane na histogramu izračunatih ukupnih količina plina u ležištu (po litofacijesima i za cijeli model), a kao reprezentativna rješenja odabrani su izlazi na P1, P50 i P99 (minimum, medijan i maksimum). To je ujedno najpristupačniji statistički kriterij za rangiranje rješenja, koja su sva jednako vjerojatna. Realni brojevi minimalne, medijanske i maksimalne realizacije po volumenima i pojedinačnim litofacijesima prikazane su u **tablici 9.2**. Intervalne razlike između minimalne, medijanske i maksimalne vrijednosti vrlo su male, što upućuje na reprezentativan ulazni skup podataka, dobar variogramski model i malu pogrešku u determinističkome rješenju.

Litofacijes	Minimalna ukupna količina plina u ležištu [m <sup>3</sup> ]	Medijanska ukupna količina plina u ležištu [m <sup>3</sup> ]	Maksimalna ukupna količina plina u ležištu [m <sup>3</sup> ]	Promjena (medijan/prethodno rješenje) [%]
Klastiti	5 241 097 (realizacija 73)	5 410 593 (realizacija 79)	5 973 280 (realizacija 94)	-25,00
Dolomiti	2 500 971 (realizacija 29)	2 585 260 (realizacija 45)	2 681 769 (realizacija 82)	-06,43
Kvarciti	5 146 826 (realizacija 11)	5 222 305 (realizacija 35)	5 276 891 (realizacija 52)	-07,20
Metavulkaniti	3 294 243 (realizacija 61)	3 312 768 (realizacija 60)	3 348 356 (realizacija 40)	-23,23
Cijelo ležište	16 329 468 (realizacija 98)	16 538 055 (realizacija 7)	17 113 055 (realizacija 94)	-16,97

**Tablica 9.2:** Volumeni odabranih realizacija po litofacijesima i cijelome modelu

Na kraju potrebno je istaknuti kako je variranje poroznosti, bilo deterministički bilo stohastički, samo jedan od načina za variranje i ponovni izračun rezervi ugljikovodika.

Poroznost (odnosno veličina pora te iznos efektivnoga pornoga prostora) je „najosjetljivija“ veličina u variranju, jer posredno o njoj ovisi vrijednost zasićenja ( $S_w$ ) te s obzirom na graničnu vrijednost (*engl. cut-off*) odnos efektivne i ukupne debljine ležišta (*engl. net/gross*).

Na prikazanome modelu polja Stari Gradac ulazni podatci bili su jednakoniima u prijašnjemu modelu na kojem se bazirao geostatistički pristup. Upotrijebljene su jednakane srednje vrijednosti poroznosti izračunate na lokacijama bušotina, uz jednaku graničnu vrijednost, pa je time i omjer efektivne i ukupne debljine ostao jednak. Vrijednosti zasićenja na mjestima bušotina promatrane su zasebno po litofacijesima i preuzete su iz prijašnjega modela, u kojemu su izračunate iz poroznosti kao zavisnom varijablu. Te su vrijednosti zatim interpolirane na mreži (*engl. grid*) s točkama na kojima je određeno zasićenje ( $S_w$ ) (jednako poput interpolacije na mreži s podatcima ukupne debljine) determinističkom metodom (koja nije bila geostatistička). Sve mreže načinjene su kao jednočelijske po svakome litofaciju, a takve su bile i mreže obrađene geostatistikom s mjerenjima poroznosti.

Točniji pristup mogao bi uključiti geostatističko i determinističko kartiranje svih varijabli (poroznosti, zasićenja, ukupne debljine), no i drugačije određivanje zasićenja. Jednakom metodom moguće je uspostaviti vezu između zasićenja i poroznosti iz odgovarajućih karotažnih krivulja na lokaciji bušotine („klasičnom“ regresijom, Archijevom formulom ili kojom trećom metodom). Također je moguće takav pristup pokušati načiniti prilikom modeliranja mreže (*engl. grid*) zasićenja u svakoj ćeliji. Najkraće, formula koja bi se primijenila na lokaciji bušotine mogla bi se iskoristiti na svakoj pojedinačnoj ćeliji s vrijednošću zasićenja. Na taj način takva karta ne bi bila „interpolirana“, već izračunata odgovarajućom formulom. Rezultat bi vjerojatno nalikovao stohastičkoj realizaciji, jer ne bi postojali postupni (*engl. smoothed*) prijelazi kao na interpoliranim površinama (što je uostalom glavna namjena interpolacijskih algoritama). Takav pristup zahtijeva šire znanje i praktično poznavanje programa za geološko modeliranje nego što je to opisano u ovome modelu. Naravno, težit će se tomu da se takav ili sličan postupak primijeni u kojemu narednomu geostatističkome modelu polja te da se procijeni mogući kvalitativni napredak geološkoga modela.

Ipak, već se u ovome trenutku nazire jedno ograničenje takva pristupa. On bi mogao biti primijenjen na determinističkim rješenjima, no na nizu stohastičkih realizacija (recimo 100, koliko je načinjeno u prikazanome modelu) izračun zasićenja regresijom ili kojom drugom formulom praktično bi bio neizvediv zbog previelikoga broja kalkulacija i dobivenih modela (problem s utroškom vremena i memorijskim prostorom te pitanje podržava li program za geološko modeliranje takav pristup).

**Rezultat:** Geostatistički pristup uključio je upotrebu kriginga i sekvencijskih Gaussovih simulacija te doveo do bolje karakterizacije poroznosti i izračuna ukupnih količina plina u ležištu (*engl. skr. OGIP*) u polju Stari Gradac. Običnim krigingom postignuta je bolja procjena nego inverznom udaljenošću. Stohastičke simulacije uključile su nesigurnosti povezane s razdiobom poroznosti i poboljšale su njihovo definiranje načinjeno variogramskim modelima. Na temelju rezultata stohastičkih simulacija (100 realizacija po litofaciju) bilo je moguće odabrati minimalnu, medijansku i maksimalnu vrijednost ukupnih količina plina (pojedinačno

po litofacijesu i ukupno po ležištu). Nova rješenja razlikovala su se od količina plina dobivenih metodom inverzne udaljenosti za više od 20 %, ovisno o promatranome litofacijesu.

## 9.2. Upotreba stohastičkih simulacija pri izračunu efektivnoga pornoga volumena u polju Galovac-Pavljani

**Razlog izbora primjera:** Cilj rada bio je izradba geološkoga modela polja te stohastička simulacija poroznosti. Na temelju stohastičkih realizacija definiran je efektivni porni volumen iz čijih je vrijednosti, uz poznavanje zasićenja vodom, bilo moguće procijeniti rezerve ugljikovodika (nafte). U geostatističkoj analizi za kartiranje poroznosti upotrijebljene su uvjetne sekvencijske Gaussove simulacije. Uspoređene su vrijednosti poroznosti dobivene deterministički, stohastički te one iz prethodnoga Elaborata o rezervama iz 2004. godine (Fond stručne dokumentacije, lit. 7).

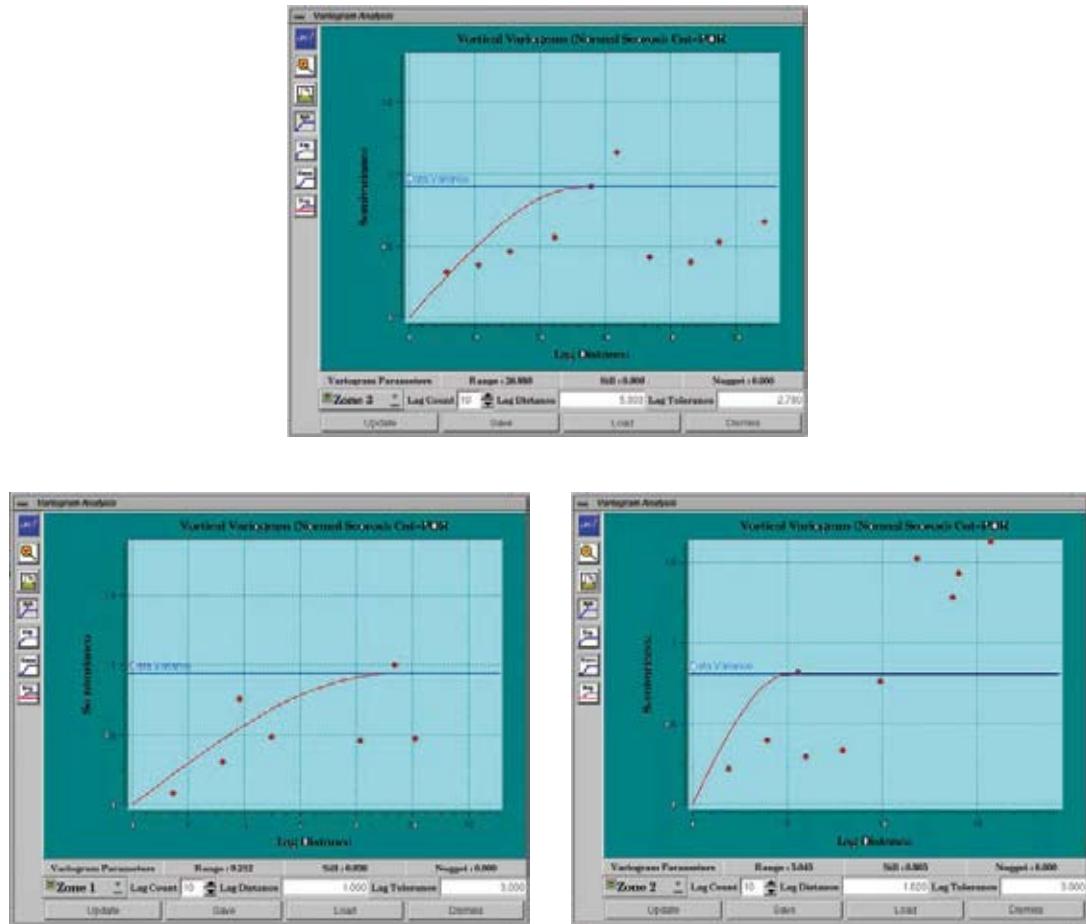
Naftno polje Galovac-Pavljani nalazi se na području Bjelovarsko-bilogorske županije između sela Galovac i Stari Pavljani, oko 5 km od grada Bjelovara u smjeru jug-jugoistok. To je područje Bjelovarske subdepresije odnosno jugozapadni dio Dravske depresije. Na sjeveru polje graniči s naftno-plinskim poljima Jagnjedovac, Mosti, Šandrovac i Bilogora. Na temelju 2D seizmičkih profila napravljene su strukturne karte po krovinama litofacijesa unutar ležišta. Prema Brodovojoj klasifikaciji ležišta nafte i plina, ležište nafte na polju Galovac-Pavljani pripada masivnom tipu. Ležište ugljikovodika (nafte) predstavlja jednu hidrodinamsku cjelinu podijeljenu u tri litofacijesa, odnosno zone (MALVIĆ, 1998). Rezervoarske stijene u široj okolini polja jesu gabro, granodioriti, gnajsevi i škriljavci paleozojske starosti (neformalna jedinica temeljnoga gorja) te badenski sedimenti (član Mosti). U sedimentnome dijelu ležišta razlikuju se 2 litološke jedinice:

- breče (sastavljene od slabo sortiranih i slabo vezanih fragmenata i valutica škriljavaca, eruptiva te fragmenata grebena)
- pješčenjaci (kalkarenacejski pješčenjaci, litoarenit i biokalkarenit).

Kontakt nafta/voda utvrđen je na dubini od -1060 m. Poroznost je u ležištu primarna i sekundarna. Izolatorske su stijene kalcitni i glinoviti laporji gornjega panona. Ležište je unutar računalnoga geološkoga modela podijeljeno na tri zone odnosno litofacijesa. Zoni 1 odgovara litofacijes temeljnoga gorja, zoni 2 litofacijes breča, a zoni 3 litofacijes pješčenjaka (prema TRGOVČIĆ et al., 2006).

Ulagani podatci za stohastičke simulacije smješteni su na lokacijama bušotine, u nekoliko celija po vertikali i po analiziranim litofacijesima (Tg, breče i pješčenjaci). Variogramski modeli načinjeni su po vertikali svake bušotine te horizontalno (arealno) pojedinačno po zonama (litofacijesima). Vertikalni variogrami imaju sljedeće vrijednosti dosega: 27 m za litofacijes pješčenjaka, 5 m za litofacijes

breča i 9 m za litofacijes temeljnoga gorja (**slika 9.3**). Najveći doseg u pješčenjacima upućuje na relativno homogeni sastav/granulometriju unutar ležišta, dok je u brečama i temeljnome gorju prostorna zavisnost manja odnosno heterogenost sastava veća.

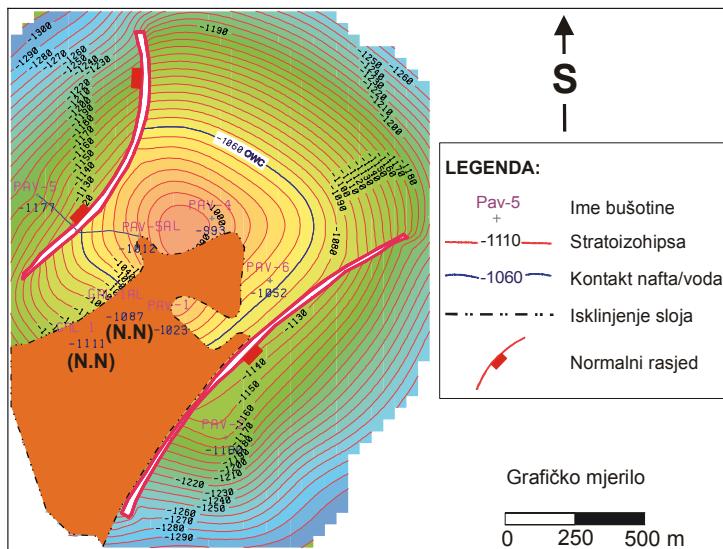


**Slika 9.3:** Vertikalni variogrami za sve tri zone (gornji red zona 3, donji red zone 2 i 1)  
(iz: TRGOVČIĆ et al., 2006)

Za konstrukciju variograma u litofacijesima pješčenjaka i temeljnoga gorja primjenjeni su izotropni modeli. Za litofacijes breča geološki podaci upućivali su na jasnu anizotropiju. Erozijom je, zbog male debljine litofacijesa, jedan dio ležišta odnesen te je ležište izgubilo pravilan, relativno izotropan, oblik što je vidljivo na **slici 9.4**. Tako sada glavnina ležišta ima pravac pružanja SZ-JI, no zbog maloga broja podataka ipak je i u tome litofacijesu primjenjen izotropan variogramski model.

Vrijednosti horizontalnih dosegova po litofacijesima iznose u pješčenjacima 650 m, u brečama 449 m te u temeljnome gorju 468 m. Te su vrijednosti polumjeri kružnica prostorne zavisnosti.

Odnos stotinu realiziranih simulacija ukupnih pornih volumena prikazan je na histogramima (odvojenim po litofacijesima). Promatrano je pet reprezentativnih rješenja (P5, P25, P50, P75 i P95) za sve tri zone (litofacijesa).



**Slika 9.4:** Strukturna karta po krovini litofacijesa breča (iz: TRGOVČIĆ et al., 2006)

Nakon izbora pet rješenja za ukupni porni volumen (pojedinačno po zonama), korištenjem granične vrijednosti poroznosti (*engl. cut-off*) izračunato je nekoliko vrijednosti pornoga volumena (**tablica 9.3**).

Litofacijes	Efektivni volumen pornoga prostora [ $m^3$ ]				
	Realizacija P5	Realizacija P25	Realizacija P50	Realizacija P75	Realizacija P95
Pješčenjaci (poroznost $\geq 10\%$ )	911 890	1 099 050	1 258 270	1 514 470	1 659 000
Breče (poroznost $\geq 1\%$ )	110 772	149 256	179 175	205 603	271 390
Temeljno gorje (poroznost $\geq 0,5\%$ .)	144 266	158 452	169 150	184 885	205 705

**Tablica 9.3:** Raspon vrijednosti efektivnoga pornoga volumena za pet realizacija

Pregled stohastičkih (P50) i determinističkih vrijednosti efektivnih pornih volumena te njihove razlike po litofacijesima/zonama prikazani su u **tablici 9.4.**

Litofacijes	Prethodno određeni volumen [m <sup>3</sup> ]	Stohastički izračunati volumen (realizacijom P50) [m <sup>3</sup> ]	Deterministički izračunati volumen [m <sup>3</sup> ]
Pješčenjaci	991 338	1 258 270	848 229
Breče	264 322	179 175	188 715
Tem. gorje	114 990	169 150	105 607

**Tablica 9.4:** Razlike između efektivnih pornih volumena izračunatih deterministički i stohastički variranjem karata poroznosti

Na temelju usporedbe rezultata (**tablice 9.3. i 9.4.**) uočljivo je da su stohastičke vrijednosti efektivnoga volumena pornoga prostora za litofacijes pješčenjaka veće od prethodno određenih vrijednosti za 27 %. Vrijednosti efektivnoga volumena pornoga prostora za litofacijes breča manje su za 32 %. Za litofacijes temeljnoga gorja vrijednosti efektivnoga volumena pornoga prostora veće su za 47 %. Može se prepostaviti kako će stohastički pristup to bolje ocrtavati moguće varijacije u kartama poroznosti što je geološki sastav promatranoga ležišta heterogeniji. Kao posljedica ponekad se pojavljuju veće razlike između determinističkoga i stohastičkoga rješenja negoli u homogenijemu ležištu.

Treba napomenuti da litofacijes breča nije zastupljen na većemu dijelu strukture ili je male debljine (**slika 9.4.**) pa predstavlja dio ležišta s najmanjim rezervama, bez obzira na dobra petrofizikalna obilježja. Također je jasno kako su volumeni izračunati determinističkom metodom interpolacije uglavnom znatno manji od ležišnih volumena procijenjenih stohastički.

**Rezultat:** Upotreba stohastičkih simulacija poroznosti (realizacija P50 s graničnom vrijednošću) dobro je prikazala raspodjelu poroznosti s obzirom na geometriju kartiranih ležišta.

Za litofacijes temeljnoga gorja vrijednosti efektivnoga volumena pornoga prostora veće su za 54 160 m<sup>3</sup> ili 47 %. Litofacijes breča nije zastupljen u većemu dijelu strukture ili je male debljine te stohastičko uzorkovanje nije pokazalo znatnije razlike prema ranijem rješenju. Pješčenjaci su proizvodno najizdašniji dio ležišta. Zbog najveće granulometrijske ujednačenosti stohastički pristup bio je najprimjereniji i rezultirao je znatno povećanim volumenom toga dijela ležišta.

Nažalost, cijelo ležište Galovac-Pavljani ukupno je maloga volumena, a proces zavodnjavanja relativno je brz. Zato njegovo povećanje utvrđeno stohastički ne može jednoznačno biti stavljeno u linearnu vezu s povećanim iscrpkom. Ipak, rezultati su vrlo ohrabrujući.



## 10. POGOVOR

U devet poglavlja prikazana je osnovna teorija i primjeri primjene variogramske analize, kriginga, kokriginga i stohastičkih simulacija. Rezultati i zaključci prikazani su s obzirom na općenite sličnosti u radu i algoritmu prikazanih metoda te prema rezultatima upotrebe tih metoda prilikom izradbe geološkoga modela.

Najčešće metode za kartiranje jesu metode linearne regresije, inverzne udaljenosti te kriginga/kokriginga, odnosno stohastičke simulacije. Metoda inverzne udaljenosti jedna je od najjednostavnijih interpolacijskih metoda (poslije metode poligona) koja uzima u obzir i prostorni raspored podataka, no daje vrlo slabe procjene kod izrazito grupiranih podataka (tzv. klasteri). Njezina prednost pred krigingom može doći do izražaja samo iznimno, onda kada je ulazni skup izrazito malobrojan. Kriging kao metoda uzima u obzir prostorni smještaj izvornih podataka, tj. poštuje izvorne vrijednosti. Zanimljiva je usporedba metoda kokriginga i regresije. Objekti uključuju upotrebu sekundarne, nezavisne varijable kao ispomoći u predviđanju vrijednosti primarne (zavisne) varijable. U linearnej regresijskoj jednadžbi  $Y = bx + c$  veličina 'c' je vrijednost sjecišta na osi Y, a 'b' određuje nagib pravca. Regresija je metoda za točkastu (a ne prostornu) procjenu, jer ulazne vrijednosti ne otežava prema njihovu položaju u prostoru, nego sve imaju jednakost statističko značenje. Time je kasnija procjena „opterećena“ linearnošću pa su na jednome kraju karte ili vertikalne skale vrijednosti podcijenjene, a na drugome precijenjene. U kokrigingu (i krigingu) parametar 'b' iz regresijske jednadžbe zamjenjen je matricom (kovarijanci ili variograma) koja pri procjeni uzima u obzir udaljenosti kontrolnih točaka od mesta procjene. Tako geostatističke metode vrlo uspješno rješavaju pristranost zbog grupiranja vrijednosti te minimaliziranja varijance pogreške. Simulacije su posebna skupina interpolacijskih metoda, temeljenih na krigingu ili kokrigingu, a koje uz procjenu također opisuju nesigurnost vezanu uz svaku lokaciju na kojoj je procjena načinjena. Njihova upotreba često je povezana s kasnjim odabirom nekoliko reprezentativnih realizacija, najčešće prema statističkome kriteriju, te s izračunavanjem rezultata intervalom vrijednosti.

Geostatistika je danas jedan od standardnih geoloških alata koji se upotrebljava u istraživanjima i razradbama ležišta ugljikovodika. Kao primjenjeni dio statistike dopušta nam da u takve poslove uvedemo i dio matematičke egzaktnosti koja pomaže dobivena rješenja lakše i bolje objasniti. U prethodnim poglavlјima prikazan je niz primjera kada je upotreba determinističkih metoda poput kriginga i kokriginga, ali i stohastičkih simulacija, dovela do boljih prikaza ležišta nego što se to postiže prethodnim modelima.

Zato se nadam kako će ovaj priručnik biti od pomoći svim geologima, koji se odluče iskoracići u svijet geostatistike, da obogate svoje geološko znanje odgovarajućim metodama.



## 11. TUMAČ POJMOVA

Ovaj pojmovnik predstavlja prijevod priručnika programa Geo-EAS 1.2.1. (ENGLUND & SPARKS, 1991), odnosno doradenu verziju hrvatskoga geostatističkoga rječnika objavljenoga u Vjesnici Hrvatskoga geološkoga društva (MALVIĆ, 2005b).

**Anizotropija** (*engl. anisotropy*) – U geostatistici slučaj kada je doseg veći (tj. bolja je korelacija) u jednom negoli drugome pravcu.

**Blok kriging** (*engl. Block Kriging*) – Procjena vrijednosti bloka iz skupa bliskih uzoraka primjenom kriginga. U programu Geo-EAS prostorom se smatra blok čelija veličine 2x2, 3x3 ili 4x4 točaka, čije je središte u jednoj od točaka mreže (*engl. grid node*).

**Diskretizacija** (*engl. discretization*) – U krigingu postupak aproksimacije područja u bloku konačnim nizom točaka.

**Doseg** (*engl. range*) – U sfernome modelu daje veličinu kada model postiže maksimalnu vrijednost ili prag (*engl. sill*). U eksponencijalnome i Gaussovom modelu, koji prag postižu asimptotski (odnosno nikada u potpunosti), program Geo-EAS služi se „praktičnim“ ili „efektivnim“ dosegom koji se računa na mjestu gdje funkcija doseže približno 95 % praga. Model čistoga odstupanja (*engl. nugget model*) siječe prag s dosegom nula, a linearnomu modelu pojmovi „prag/doseg“ služe samo za određivanje nagiba.

**Eksponencijalni model** (*engl. Exponential model*) – Česta funkcija za aproksimaciju eksperimentalnih variograma matematičkim modelom. Može se primijeniti i u kombinaciji s odstupanjem (*engl. nugget*).

**Gaussov model** (*engl. Gaussian model*) – Česta funkcija za aproksimaciju eksperimentalnih variograma matematičkim modelom. Može se primijeniti i u kombinaciji s odstupanjem (*engl. nugget*).

**Geostatistika** (*engl. geostatistics*) – Skup metoda za analizu prostorno koreliranih podataka. Glavno je obilježje upotreba variograma ili sličnih metoda za kvantificiranje i modeliranje prostorne korelacije podataka. Takoder uključuje različite metode poput kriginga, koje vizualiziraju određeni prostorni korelacijski model.

**Jednostavni kriging** (*engl. Simple Kriging*) – Varijanta kriginga koja podrazumijeva da su lokalne srednje vrijednosti razmjerno konstantne i jednake srednjoj vrijednosti cijele populacije koja je poznata. Populacijska srednja vrijednost upotrijebljena je u svakoj lokalnoj procjeni, načinjenoj iz pripadajućih uzoraka.

**Korak** (*engl. lag*) – Interval ili širina klase upotrijebljene za variogramski račun.

**Kovarijanca** (*engl. covariance*) – Statistička mjera korelacije između dviju varijabli. U geostatistici kovarijanca se promatra kao inverzija variograma, a računa se kao razlika ukupne varijance i vrijednosti variograma. Kovarijance često zamjenjuju variograme u jednadžbama matrica kriginga zbog veće brzine izračuna (i u programu Geo-EAS).

**Kriging** (*engl. kriging*) – Interpolacijska metoda bazirana na ponovljenome izračunu težinskih koeficijenata i srednjih vrijednosti podataka (*engl. weighted-moving-average*), gdje težinski koeficijenti dodijeljeni kontrolnim točkama (podatcima) minimiziraju varijancu procjene. Ta varijanca izračunata je kao funkcija variogramskoga modela, relativnoga razmještaja podataka i položaja točke ili bloka za koji se procjenjuje vrijednost.

**Krosvalidacija** (*engl. cross-validation*) – Vidi Numerička pogreška interpolacije.

**Madogram** (*engl. madogram*) – Dijagram srednjih apsolutnih razlika parova mjerena izražen kao funkcija udaljenosti i smjera. Madogrami nisu „pravi“ variogrami i općenito ne mogu biti upotrijebljeni u krigingu. Ako se madogram ipak upotrijebi, procjene kriginga mogu biti „prihvatljive“, no standardna devijacija kriginga neće imati nikakvo značenje.

**Model odstupanja** (*engl. Nugget model*) – Model konstantne varijance, koji se često primjenjuje u kombinaciji s jednom ili više matematičkih funkcija kojima se aproksimira eksperimentalni variogram.

**Numerička pogreška interpolacije** (*engl. cross-validation*) – Tehnika za testiranje prihvatljivosti variogramskoga modela. Na mjestu gdje postoji podatak mjerena se vrijednost zanemaruje, a kriging procjena radi se iz vrijednosti ostalih uzoraka koji su preostali u granicama elipsoida prostorne zavisnosti (*engl. search neighborhood*). Zatim se procijenjena vrijednost uspoređuje s izmjerrenom, računa se kvadrat razlike te se postupak ponavlja za sve postojeće mjerene vrijednosti na karti. No interpretacija rezultata često može biti teška i više značna. Neobično velike razlike između procijenjene i stvarne vrijednosti mogu upozoriti na nazočnost prostornih ekstremi (*engl. spatial outliers*) ili točaka koje po svojim svojstvima ne pripadaju ostalim mjerenim vrijednostima u tome skupu.

**Obični kriging** (*engl. Ordinary Kriging*) – Tehnika kriginga u kojoj je pretpostavljeno da lokalna srednja vrijednost nije nužno bliska srednjoj vrijednosti ukupnoga broja podataka (kontrolnih točaka). Posljedica je da se pri procjeni upotrebljavaju samo „susjedni“ uzorci odnosno oni unutar elipsoida pretraživanja.

**Područja pretraživanja** (*engl. search neighborhood*) – Podrazumijeva elipsoid centriran u točki ili bloku za koji se procjenjuje vrijednost. Za izračun kriginga upotrijebljena su samo mjerena

koja se nalaze unutar te elipse (elipsoid prostorne zavisnosti). Kada se računa procjena u sljedećoj točki, elipsa se pomiče te se za procjenu (vjerojatno) uzima drugačiji skup mjereneh vrijednosti.

**Prag** (*engl. sill*) – Gornja granica svakoga variogramskoga modela koji ima takvo ograničenje, tj. koji na većim udaljenostima teži većim vrijednostima. Sferni, Gaussov, eksponencijalni model i model odstupanja imaju definiran prag. U linearnome modelu pojmovi „prag/doseg“ služe za određivanje nagiba pravca.

**Pretraživanje u kvadrantu** (*engl. Quadrant search*) – U programu Geo-EAS područje pretraživanja krigingom određeno je elipsoidom koji može biti podijeljen u četiri jednaka sektora. Za njih se može odrediti minimalni i maksimalni broj uzoraka potrebnih za račun. Također se može postaviti ograničenje na najveći dopušteni broj sektora bez podataka. Ako neki od postavljenih kriterija nije ispunjen, procjena krigingom neće biti učinjena.

**Pretraživanje u oktantu** (*engl. Octant search*) – U programu Geo-EAS područje pretraživanja krigingom određeno je elipsoidom koji može biti podijeljen u osam jednakih sektora. Za njih se može odrediti minimalni i maksimalni broj uzoraka potrebnih za procjenu. Također se može postaviti ograničenje na najveći dopušteni broj sektora bez podataka. Ako neki od postavljenih kriterija nije ispunjen, procjene krigingom neće biti.

**Relativni variogram** (*engl. relative variogram*) – Variogram u kojemu je standardna variogramska vrijednost za svaki korak podijeljena kvadratom srednje vrijednosti uzorka koji se upotrebljavaju u tome koraku (*engl. lag*). Takav pristup može biti koristan kada je zabilježen „proporcionalni efekt“, tj. kada područja s koncentracijom većom od prosječne imaju i varijancu veću od prosječne. Kada se u krigingu upotrebljavaju relativni variogramski modeli, izračunata standardna devijacija kriginga označuje decimalni ostatak procijenjenih vrijednosti.

**Semivariogram** (*engl. semivariogram*) – Funkcija identična variogramu. Postoji stanovito neslaganje u geostatističkoj literaturi u tome koji je izraz bolji, no zbog jednostavnosti prevladava izraz „variogram“.

**Sferni model** (*engl. Spherical model*) – Česta funkcija za aproksimaciju eksperimentalnih variograma matematičkim modelima, samostalno ili u kombinaciji s odstupanjem.

**Standardna devijacija kriginga** (*engl. kriging standard deviation*) – Standardna pogreška procjene krigingom. Po definiciji, kriging je težinski linearni procjenitelj sa skupom težinskih koeficijenata koji minimiziraju varijancu procjene (kvadrat standardne pogreške). Povezanost standardne devijacije kriginga i stvarne pogreške procjene vrlo je ovisna o variogramskome modelu i o pravilima koja on podrazumijeva. Zbog toga vrijednost standardne devijacije kriginga mora biti interpretirana s oprezom.

**Točkasti kriging** (*engl. Point Kriging*) – Procjenjuje vrijednost u točki na temelju okolnih vrijednosti. Procjena krigingom u točki obično je vrlo slična procjeni običnoga kriginga, odnosno kriginga u relativno malome bloku čije je središte u takvoj točki, no standardna devijacija veća je kod točkastoga kriginga. Na interpoliranoj karti točkasti kriging poštuje mjerene vrijednosti, odnosno treći ih kao kontrolne točke (*engl. hard-data*).

**Ugniježđeni variogramski model** (*engl. nested variogram model*) – Model koji je zbroj dvaju ili više jednostavnih modela poput odstupanja (*engl. nugget*), sfernoga, eksponencijalnoga i sl. Najjednostavniji ugniježđeni model jest dodavanje odstupanja nekomu od teorijskih modela, no obično se radi o složenijim slučajevima.

**Variogram** (*engl. variogram*) – Vrijednost varijance (polovica kvadrata razlike) za par mjerena kojih je funkcija udaljenosti (ponekad i smjera) uzoraka. Obično su ispitani svi mogući parovi podataka te grupirani u razrede (korake) približno jednake udaljenosti i smjera. Variogrami osi-guravaju sredinu ili kvantificiraju opaženu vezu koja jače povezuje bliže od udaljenijih uzoraka.

**Variogram inverzne kovarijance** (*engl. inverted covariance variogram – InvCov*) – Variogram izračunat određivanjem koraka kovarijance (*engl. lag covariance*) na temelju ukupne varijance. Takav pristup primjenjuje se kada u usmjerenim variogramima sredina uzorka nije jednaka u svim smjerovima (npr. glavnome i sporednome). Variogram inverzne kovarijance prilično je rijedak izraz, a upotrebljava se kada više nije nužno koristiti se nekim pretpostavkama upotrijebljenima za izračun variograma. Variogrami inverzne kovarijance mogu se izračunati i primijeniti u krigingu jednako kao i uobičajeni variogrami.

## 12. KAZALO

Alat	7-10, 12, 13, 19, 55, 56, 70, 79, 89	Molve	12, 25-27, 32, 59, 60, 64, 65, 68, 75-77, 79
autokorelacija	35, 48, 77	normalna razdioba	18
Bjelovarska subdepresija	12, 25, 35, 36, 40, 45, 84	nulto rješenje	55, 56
breče	32, 33, 35, 59, 60, 66, 84, 86, 87	ukupne količine plina u ležištu	80, 81
član Mosti	35-37, 41, 42, 45, 59, 60, 84	panonski kat	84
dolomiti	31-33, 59, 60, 66, 80-82	pješčenjaci	29, 35, 36, 40-45, 59, 60, 70, 84-87
Dravska depresija		pješčenjaci Pepelana	35, 40, 42-45
	12, 25, 26, 29, 30, 32-35, 59, 64, 68, 84	pješčenjaci Poljana	35, 40-45
eksponencijalni model	23, 24, 91, 93	plin	25, 29, 60, 79-84
Gaussov model	23, 24, 91	Poissonova razdioba	17
geološki model	10, 11, 13, 71	polje	40, 42, 59, 60, 64, 75, 79, 84
inverzna udaljenost		pontski kat	35, 40
	32-34, 48, 57-62, 64, 70-72, 74, 79, 83, 84, 89	rangiranje realizacija	82
Kalinovac	12, 25-27, 60, 64-66, 68	raspodjele	15-17
klastiti	29, 32, 59, 63, 80-82	realizacija	16, 55-57, 79, 82-84, 86, 87, 89
koeficijent ranga	19	rezerve	59, 79, 80, 84
kokriging	8, 12, 18, 47, 49, 54, 55, 65, 70, 73-77, 89	seizmički podatak	12, 13, 18, 65, 69, 70, 73-75
kontakt nafta/voda	84, 86	sekvensijske Gaussove simulacije	8, 10, 13, 55-57, 79, 82-84
kontakt plin/voda	29, 60	semivariogram	20-24, 35, 37, 41-44, 93
korelacija	15, 18, 19, 22, 47, 69, 70, 73-75, 91, 92	sferni model	22-24, 35, 50-53, 71, 75, 81, 93
korelacija Pearsonova	19, 73	središnji granični teorem	16
korelacija Spearmanova	19	Stari Gradac	
korelacija kriva	70		12, 25, 26, 34, 59-65, 67, 68, 75, 79-81, 83
kovarianca	15, 18-20, 48-50, 89, 92, 94	stohastičke simulacije	8-13, 47, 55-57, 79, 80, 82-84, 87, 89
kriging	8, 9, 12, 18, 33, 34, 47, 49, 51-56, 59,	tehnika	8, 10, 49, 51, 54, 55, 74, 75, 77, 92
	60, 62-68, 70, 72-75, 79, 81-83, 89, 91-94	temeljno gorje	84-87
kriging jednostavni	8, 48, 91	transformacija	17, 55, 56
kriging obični	8, 48, 49, 51, 65-67, 72, 92	vapnenci	32, 33, 59, 60, 66
krosvalidacija		varijanca	10, 15-22, 36-38, 56, 92
	32-34, 48, 59, 60, 62, 64, 72, 74, 77, 92	varijanca kriginga	47, 49, 51-54, 56, 92
kvarciti	29, 65, 75, 80, 81, 82	varijanca pogrješke	89, 92
Lagrangeov faktor	49, 51	variogram	7, 8, 10, 12, 20-22, 24-27, 29-32, 37,
ležište			40-45, 47-49, 50-53, 56, 57, 59-62, 64-68, 71,
	7, 9-14, 26, 38-40, 45, 59, 60, 69-71, 73, 79-85, 87, 89		72, 74-77, 80-85, 89, 91-94
log-normalna razdioba	17, 18	variogrami horizontalni	27-33, 72, 76, 80, 85, 86
metavulkaniti	26, 80-82	variogrami vertikalni	36, 37, 40-44
metoda	8-10, 12-14, 17, 32-34, 47-50, 55, 57-60,	volumen	57, 79, 82, 84, 86, 87
	61, 64, 65, 69, 70-75, 77, 79, 81-84, 89, 91, 92		



## 13. LITERATURA

1. ANDRIČEVIĆ, R., GOTOVAC, H. & LJUBENKOV, I. (2007): Geostatistika: umijeće prostorne analize. Sveučilište u Splitu, Gradivinsko-arhitektonski fakultet, 170 str., Split.
2. CHAMBERS, R. L. & YARUS, J. M. (2002): Quantitative Use of Seismic Attributes for Reservoir Characterization. RECORDER, Canadian SEG, Vol. 27, June, str. 14–25.
3. CRESSIE, N. (1991): Statistics for Spatial Data. Wiley & Sons Ltd., 928 str., New York.
4. DAVIS, B. (1987): Uses and Abuses of Cross Validation in Geostatistics. Mathematical Geology, 19, 3, str. 241–248, Dordrecht.
5. DAVIS, J.C. & SAMPSON, R.J. (1973): Statistics and Data Analysis in Geology. John Wiley & Sons Inc., 564 str., New York.
6. DUBRULE, O. (1998): Geostatistics in Petroleum Geology. AAPG Education Course Note, Series #38, AAPG and Geological Society Publishing House, 210 str., Tulsa.
7. ENGLUND, E. & SPARKS, A. (1991): Geo-EAS 1.2.1 Geostatistical Environmental Assessment Software User's Guide. United States Environmental Monitoring, Environmental Protection Systems Laboratory, EPA/600/8-91/008.
8. FRANK, G. (1992): Procjena perspektivnosti i rizika istraživanja ugljikovodika dijela podmorja Mljet. Magistarski rad, Prirodoslovno-matematički fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, 115 str.
9. GOTWAY, C. A., FERGUSON, R. B., HERGERT, G. W. & PETERSON, T. A. (1996): Comparisons of Kriging and Inverse-Distance Methods for Mapping Soil Parameters. Soil Sci. Soc. Am. J., 60, str. 1237–1247.
10. HERNITZ, Z., BOKOR, N. & MALVIĆ, T. (2001): Geostatistical Modelling of Petrophysical Data of Oil Fields in the Northern Croatia. 63rd EAGE Conference & Technical Exhibition (Amsterdam, 11.–15. 7. 2001.), Proceedings.
11. HOHN, M. E. (1988): Geostatistics and Petroleum Geology. Van Nostrand Reinhold, 400 str., New York.
12. ISAAKS, E. & SRIVASTAVA, R. (1989): An Introduction to Applied Geostatistics. Oxford University Press Inc., 580 str., New York.
13. JENSEN, J. L., LAKE, L. W., CORBETT, P. W. M. & GOOGIN, D. J. (2000): Statistics for Petroleum Engineers and Geoscientists. Prentice Hall PTR, 390 str., New Jersey.
14. JOURNEL, A. G. & HUIJBREGTS, C. J. (1978): Mining Geostatistics. Academic Press, 600 str., London.
15. KALKOMEY, C. T. (1997): Potential Risks When Using Seismic Attributes as Predictors of Reservoir Properties. The Leading Edge, March, str. 247–251.
16. KELKAR, M. & PEREZ, G. (2002): Applied Geostatistics for Reservoir Characterization. Society of Petroleum Engineers, 264 str., Richardson.
17. KRIGE, D. G. (1951): A Statistical Approach to Some Basic Mine Valuation Problems on the Witwatersrand. Journal of the Chemical, Metallurgical and Mining Society of South Africa, 52, str. 119–139.

18. LIEBHOLD, A. M., ROSSI, R. E. & KEMP, W. P. (1993): Geostatistics and Geographic Information System in Applied Insect Ecology. *Annual Review of Entomology*, 38, str. 303–327.
19. MALVIĆ, T. (1998): Strukturni i tektonski odnosi, te značajke ugljikovodika širega područja naftnoga polja Galovac-Pavljani. Magistarski rad, Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, 111 str.
20. MALVIĆ, T. (2003a): Vjerovatnost pronađenja novih zaliha ugljikovodika u bjelovarskoj uleklini. Doktorska disertacija, Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, 123 str.
21. MALVIĆ, T. (2003b): One-dimensional Variogram and Statistical Analysis in Reservoir Units of the Bjelovar Sag, Croatia. *Nafta*, 54, 7–8, str. 267–274, Zagreb.
22. MALVIĆ, T. (2005a): Results of Geostatistical Porosity Mapping in Western Drava Depression Fields (Molve, Kalinovac, Stari Gradac). *Nafta*, 56, 12, str. 465–476, Zagreb.
23. MALVIĆ, T. (2005b): Rječnik osnovnih geostatističkih pojmoveva. *Vijesti Hrvatskoga geološkog društva*, 42/2, Zagreb.
24. MALVIĆ, T. (2006): Some Benefits Using in Geostatistical Porosity Mapping, Case Study from Drava Depression. X. *Geomatematikai Anket* (10th Congress of Hungarian Geomathematics) / Geiger, Janos (ed.). Szeged: University of Szeged, Department of Geology and Paleontology; Department of Physical Geography and Geoinformatics; Hungarian Geological Society.
25. MALVIĆ, T. & ĐUREKOVIĆ, M. (2003): Application of the Methods: Inverse Distance Weighting, Ordinary Kriging and Collocated Cokriging in the Porosity Evaluation and Results Comparison in the Beničanci and Stari Gradac Field. *Nafta*, 54, 9, str. 331–340, Zagreb.
26. MALVIĆ, T. & SMOLJANOVIĆ, S. (2004): Geostatistical Estimation and Simulation Approaches for More Detailed OGIP Calculations (Stari Gradac – Barcs Nyugat Field). IOR Methods for Economical Oil Recovery from Small Size and/or Marginal Oil Fields / Steiner, I. (ur.). Zagreb: Petroleum Summer School, RGNF, str. 119–128.
27. MATHERON, G. (1962): *Traité de géostatistique appliquée*. Tome 1, Editions Technip, 334 str., Paris.
28. MATHERON, G. (1963): Principles of geostatistics. *Econ. Geol.*, 58, str. 1246–1266.
29. MATHERON, G. (1965): *Les Variables Régionalisées et leur Estimation*. Masson & Cie, 306 str., Paris.
30. NOVINC, M. (1992): Mogućnosti procjene naftoplilonosnosti dijela istočne Podravine primjenom eksperimentnog sustava. Magistarski rad, Prirodoslovno-matematički fakultet, Zagreb, 85 str.
31. PLEIĆ, M. & FUTIVIĆ, I. (2003): 3D seizmička interpretacija naftnoga polja Beničanci (3D Seismic Interpretation of the Oil Field Beničanci). Naftaplin, Zagreb.
32. RIPLEY, B. D. (1981): *Spatial Statistics*. Wiley & Sons Ltd., 272 str., New York.
33. SMOLJANOVIĆ, S. & MALVIĆ, T. (2004): Improvements in reservoir characterization applying geostatistical modelling (estimation & stochastic simulations vs. standard interpolation methods), Case study from Croatia. *Proceedings of World Petroleum*

- Congress, 1st Youth Forum / Committee (ed.). Beijing, China: Chinese National Committee for WPC, str. 1054–1061.
34. TRGOVIČIĆ, V., BABIĆ PUNTAREC, T. & MALVIĆ, T. (2006): Primjena determinističke i stohastičke metode procjene rezervi u geološkom modelu naftnog polja Galovac-Pavljani. New Approaches and Methods in Evaluating Hydrocarbon Reserves / Programski odbor (ur.), HAZU, RGNF, INA, Zagreb, str. 48–49.

### Fond stručne dokumentacije INA-Naftaplina

1. BABIĆ PUNTAREC, T. & JOVOVIĆ, S. (1999): Polje Molve: Analiza vrijednosti poroziteta i permeabiliteta. INA-Naftaplin, Sektor za razradu, Služba za geološku razradu ležišta, Zagreb.
2. MALVIĆ, T. (2003a): Kartiranje poroziteta na polju Stari Gradac primjenom geostatističkih postupaka. Studija, INA-Naftaplin, Sektor za razradu, Služba za geološku razradu ležišta, Zagreb.
3. MALVIĆ, T. (2003b): Geostatistička analiza poroznosti na polju Kalinovac. Studija, INA-Naftaplin, Sektor za razradu, Služba za geološku razradu ležišta, Zagreb.
4. MALVIĆ, T. (2004a): Geostatistička analiza poroznosti na polju Molve. Studija, INA-Naftaplin, Sektor za razradu, Služba za geološku razradu ležišta, Zagreb.
5. MALVIĆ, T. (2004b): Geostatistička analiza poroznosti na poljima prostora Duboka Drava – Zapad. INA-Naftaplin, Sektor za razradu, Služba za geološku razradu ležišta, Zagreb.
6. MARKOVIĆ, Z., DEVALD, M., SLADOVIĆ, Ž. & DALIĆ, N. (1999): Elaborat o rezervama polja Molve. INA-Naftaplin, Sektor za razradu, Služba za geološku razradu ležišta, Zagreb.
7. Elaborat o rezervama ugljikovodika eksploracijskog polja Galovac-Pavljani (II. obnova, 2004. godina). INA-Naftaplin, Sektor za razradu, Služba za geološku razradu ležišta, Zagreb.



## ZAHVALA

Knjiga je napisana na temelju iskustva stečenoga suradnjom u znanstvenim projektima Rudarsko-geološko-naftnoga fakulteta (voditeljice prof. dr. sc. Josipe Velić) te u istraživanju provedeno u Sektoru za razradu INA-Naftaplina. Stoga zahvaljujem svojim kolegama na Zagrebačkome sveučilištu te iz INA-e na iskrenom i velikom interesu da takva istraživanja budu provedena te u konačnici i objavljeni.

Naravno, najveći doprinos u znanstvenome, stručnome, pa i jezičnome poboljšavanju početnoga rukopisa pružili su mi recenzenti knjige. To su bili: prof. dr. sc. Josipa Velić s Rudarsko-geološko-naftnoga fakulteta, kao vodeći stručnjak u području geologije nafte i plina kod nas; prof. dr. sc. Esad Prohić, profesor Prirodoslovno-matematičkoga fakulteta s velikim poznavanjem primjene različitih matematičkih metoda u geologiji, koji je našao vremena pogledati rukopis čak i na dužnosti veleposlanika u Iranu; prof. dr. sc. Kosta Urumović, s RGN fakulteta, danas je najbolji hrvatski hidrogeolog koji niz godina primjenjuje i razvija brojne matematičke modele primjene na uglavnom klastične sedimente u podzemlju; dr. sc. Zoran Peh, viši znanstveni suradnik Hrvatskoga geološkog instituta, ranije je sa mnom objavljivao radove, a rukopis je pregledao sa stajališta najistaknutijega statističara među geologima u Institutu.

Također zahvaljujem prof. dr. sc. Zvonimiru Hernitzu i ponovno prof. dr. sc. Josipi Velić s kojima sam radio na nekoliko geostatističkih i statističkih analiza tijekom izradbe disertacije te poslova vezanih uz projekt 0195035 na Rudarsko-geološko-naftnemu fakultetu, Zavodu za geologiju i geološko inženjerstvo. Naprednim geomatematičkim istraživanjima prof. dr. sc. Josipa Velić i autor bave se i dalje na trenutno aktivnome znanstvenome projektu (2007. i 2008. godina) broj 195-1951293-0237, koji financira MZOŠ.

Jedan drugi znanstvenik, prof. dr. sc. Janos Geiger, Mađar koji je radio u naftnoj tvrtki MOL, a sada predaje geomatematiku i sedimentologiju na Sveučilištu u Szegedu, bio je svojim iskustvom i znanjem moj vodič u zaista visoke međunarodne standarde koje prakticira u svojem radu. Nekoliko puta kao recenzent, a još više kao dobronamjerni savjetnik otkrio mi je velika područja napredne primjene geostatistike, a posebno stohastike.

Brojna iskustva, uspjehe i neuspjehe u istraživanjima i različitim analizama podijelio sam s nekolincinom kolega iz INA-Naftaplina i drugih institucija. Ovdje ističem one s kojima sam proveo najviše vremena u brojnim raspravama, pripremama radova i sudjelovanju na skupovima – diplomirane inženjere Sašu Smoljanovića i Marina Matešića. Nadam se da će nas poslovna suradnja i prijateljstvo dovesti do brojnih novih zajedničkih rezultata i publikacija.

Na kraju, posebno ističem pomoći i nesebično utrošene sate dr. sc. Žarka Prnića, dugogodišnjega djelatnika INA-Naftaplina i suradnika na Rudarsko-geološko-naftnemu fakultetu, koji me na početku moga rada u INI strpljivo uveo i educirao u teorijskim osnovama brojnih statističkih i geostatističkih metoda.



## BILJEŠKE

